
Modélisation de l'érosion par renard hydraulique

Damien Lachouette — Stéphane Bonelli — Olivier Brivois

Cemagref

3275 Route de Cezanne, CS 40061

13182 Aix-en-Provence Cedex 5

France

{damien.lachouette, stephane.bonelli, olivier.brivois}@cemagref.fr

RÉSUMÉ. L'érosion interne par renard est l'une des causes de rupture des ouvrages hydrauliques. Elle est liée à la formation et au développement d'un tunnel continu entre l'amont et l'aval. L'essai d'érosion de trou est très utilisé pour quantifier la cinétique d'érosion par renard. Toutefois, peu de travaux ont porté sur la modélisation de cette expérimentation. À partir des équations d'écoulement diphasique avec diffusion, et des équations de saut avec érosion, un modèle à deux paramètres décrivant l'agrandissement d'un conduit par érosion hydraulique est proposé. Le premier paramètre est la contrainte seuil. Le second paramètre est le coefficient d'érosion. La comparaison avec des résultats expérimentaux publiés valide le modèle. Nous en déduisons alors, pour un ouvrage hydraulique (barrage, digue), une évaluation du temps restant jusqu'à la brèche.

ABSTRACT. A phenomenon called « piping » often occurs in hydraulics works, involving the formation and the evolution of a continuous tunnel between the upstream and the downstream side. The hole erosion test is commonly used to quantify the rate of piping erosion. However, few attempts have been made to model this test. From the equations of diphasic flow with diffusion, and the equations of jump with erosion, a two parameters model for pipe enlargement is proposed. The first parameter is the critical stress. The second parameter is the erosion coefficient. The comparison with published experimental data confirm the validity of this model. We propose therefore an expression for the remaining time to breaching for hydraulic works (dams, dykes).

MOTS-CLÉS : renard hydraulique, contrainte critique, ouvrages hydrauliques.

KEYWORDS: piping erosion; critical shear stress; hydraulic works.

1. Introduction

L'érosion hydraulique est l'une des principales causes de rupture des ouvrages hydrauliques (digues, barrages). L'enjeu est défini par les zones susceptibles d'être inondées en aval. Nous nous intéressons à la phase de progression d'une érosion interne à l'ouvrage par écoulement localisé dans un conduit circulaire, souvent dénommé « Renard », ou « piping ». Plusieurs expérimentations de laboratoire ont été conçues pour reproduire ce mécanisme. Récemment, le « hole-erosion test » (essai d'érosion dans un trou) a fait l'objet d'investigations importantes : de nombreux essais ont été réalisés, sur plusieurs sols (Wan et Fell, 2002, 2004). Le principe n'est pas nouveau : Lefebvre *et al.* (1985) l'avait dénommé « drill-erosion test ». Il s'est avéré être simple, robuste et bien adapté à la caractérisation du phénomène. Il manque toutefois une composante essentielle : un modèle d'interprétation. Ce travail vise à proposer un tel modèle.

2. Les équations d'écoulement diphasique avec érosion

Nous considérons l'érosion d'une interface fluide/sol provoquée par un écoulement parallèle à cette interface. Le fluide porteur est l'eau. Le matériau érodé est un sol saturé. Le fluide érosif est le mélange eau+matériau érodé. Dans une description de type Euler/Euler, une modélisation continue est utilisée pour représenter les particules érodées puis transportées. Les deux phases sont traitées comme des milieux continus superposés. On note Ω le volume de fluide diphasique. Les phénomènes de sédimentation et de dépôt, ainsi que l'action de la gravitation, sont négligés. Les équations de champ diphasiques à l'intérieur de Ω sont :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u}) = 0, \quad \frac{\partial \rho Y}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho Y \vec{u}) = -\vec{\nabla} \cdot \vec{J}, \quad \frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \vec{\nabla} \cdot (\rho \vec{u} \otimes \vec{u}) = \vec{\nabla} \cdot \boldsymbol{\sigma}.$$

Ces équations sont classiques (Nigmatulin, 1990). La première équation exprime la conservation de la masse totale. La seconde équation exprime la conservation de la masse de la phase continue qui représente les particules solides. La troisième équation décrit le mouvement du fluide diphasique. Dans ces équations, ρ est la masse volumique du fluide diphasique fonction de la concentration massique de particules Y , $\vec{u}$ est la vitesse barycentrique massique, $\vec{J}$ est le flux massique de diffusion de particules, $\boldsymbol{\sigma}$ est le tenseur des contraintes du fluide diphasique.

Le fluide en écoulement et le sol sont supposés séparés par une interface notée Γ . D'un côté de Γ , le mélange eau+particules se comporte comme un fluide diphasique en écoulement. De l'autre côté de Γ , ce mélange se comporte comme un milieu poreux saturé. Lors d'une érosion, une fraction de mélange se trouvant du côté sol va traverser l'interface pour être dans le fluide. On note $\vec{n}$ la normale

unitaire à Γ sortante du sol et $\vec{v}_\Gamma$ la célérité de l'interface (figure 1). Les équations de saut sur Γ sont :

$$\llbracket \rho(\vec{v}_\Gamma - \vec{u}) \cdot \vec{n} \rrbracket = 0, \quad \llbracket \rho Y(\vec{v}_\Gamma - \vec{u}) \cdot \vec{n} \rrbracket = \llbracket \vec{J} \cdot \vec{n} \rrbracket, \quad \llbracket \rho \vec{u}(\vec{v}_\Gamma - \vec{u}) \cdot \vec{n} \rrbracket = -\llbracket \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n} \rrbracket.$$

Ces équations sont assimilables aux relations de Rankine-Hugoniot (ou de Hadamard). Elles sont classiques (Morland & Sellers, 2001). Lorsque les déformations du sol sont négligées, que ce sol est saturé et sans écoulement de Darcy, le flux de matière (eau+particules) traversant l'interface, noté $\dot{m}$, est défini par $\dot{m} = -\rho_g \vec{v}_\Gamma \cdot \vec{n}$ où ρ_g est la masse volumique du sol. Nous considérons une loi d'érosion d'interface de la forme :

$$\dot{m} = \begin{cases} k_{er}(|\tau_b| - \tau_c) & \text{si } |\tau_b| > \tau_c, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}, \quad |\tau_b| = \sqrt{(\boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n})^2 - (\vec{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \vec{n})^2} \Big|_b.$$

Dans cette définition, τ_c est la contrainte critique (ou seuil) d'érosion, k_{er} est le coefficient d'érosion, et τ_b est la contrainte tangentielle fluide sur Γ . Cette loi d'érosion a historiquement été introduite pour les écoulements à surface libre par Partheniades en 1965 (Raudkivi, 1998; Chanson, 1999). Elle a également été utilisée pour une approche multi-échelle de l'érosion de volume qui est en fait, à l'échelle microscopique, une érosion d'interface (Bouddour *et al.*, 1996). Elle est ici utilisée pour un écoulement en charge : il s'agit d'un choix de loi de comportement de l'interface.

3. Le modèle d'écoulement dilué de conduit

Ce modèle est assez général pour être appliqué à des situations diverses (Brivois, 2005). Il a été appliqué aux écoulements de conduit avec érosion par Bonelli *et al.* (2006, 2007), via une intégration spatiale sur un cylindre Ω de longueur L et de rayon R (valeur initiale R_0 , Fig. 1).

La vitesse d'écoulement de référence est $V_0 = Q_0 / \pi R_0^2$, où Q_0 est le débit initial. Le temps caractéristique d'écoulement est $t_0 = R_0 / V_0$. La pression motrice est $P = R(p_{in} - p_{out}) / (2L)$ (valeur initiale P_0), où p_{in} et p_{out} sont les pressions d'entrée et de sortie ($p_{in} > p_{out}$). On note $V_{er} = k_{er} P_0 / \rho_g$ la vitesse d'érosion de référence. Le temps caractéristique d'érosion est alors $t_{er} = R_0 / V_{er}$. Le débit total de matière érodée (particules+eau) est $Q_{er} = 2\pi R_0 L V_{er}$.

La ratio débit érodé/débit écoulé est $Q_{er} / Q_0 = 2L V_{er} / (R_0 V_0)$. Nous notons alors c_0 la concentration moyenne de référence, définie by $c_0 = (1 - n) Q_{er} / Q_0$. Finalement, nous définissons $\tilde{k}_{er} = k_{er} V_0$ comme étant le nombre de cinétique d'érosion. Ces deux nombres adimensionnels sont au cœur de la modélisation.

Lorsque $c_0 \ll 1 - n$, le débit de matière érodé est petit devant le débit d'écoulement ($Q_{er} \ll Q_0$). Dans ce cas, l'écoulement est dilué, et la concentration en particules solides n'a pas d'influence sur le système. Cette situation est celle d'un conduit qui n'est pas suffisamment long ($L < R_0 k_{er}^{-1}$) pour que l'accumulation des particules de sol érodé ne conduisent à un écoulement dense.

Lorsque $k_{er} \ll 1$, le temps caractéristique d'écoulement est très petit devant le temps caractéristique d'érosion ($t_0 \ll t_{er}$), et la vitesse d'érosion est très petite devant la vitesse d'écoulement ($V_{er} \ll V_0$). L'écoulement peut alors être considéré comme permanent, et les termes inertiels peuvent être négligés.

Les grandeurs adimensionnelles suivantes sont introduites :

$$\tilde{t} = \frac{t}{t_{er}}, \quad \tilde{R} = \frac{R}{R_0}, \quad \tilde{V} = \frac{V}{V_0}, \quad \tilde{P} = \frac{P}{P_0}, \quad \tilde{Q} = \frac{Q}{Q_0}, \quad \tilde{\tau}_c = \frac{\tau_c}{P_0}.$$

Dans le cas d'un écoulement dilué ($L < R_0 k_{er}^{-1}$) et d'une situation de faible cinétique d'érosion ($k_{er} \ll 1$), le système obtenu est très simple. La vitesse d'écoulement et le débit sont fonction du rayon et de la pression motrice par :

$$\tilde{R}\tilde{P} = \tilde{V}^2, \quad \tilde{R}^5\tilde{P} = \tilde{Q}^2.$$

On considère alors un échelon de pression $\tilde{P}(\tilde{t}) = 0$ si $\tilde{t} < 0$, 1 si $\tilde{t} > 0$. La solution exacte du système est entièrement décrite par l'évolution temporelle du rayon, qui est la suivante :

$$\tilde{R}(\tilde{t}) = \begin{cases} 1 & \text{si } \tilde{t} \leq 0 \text{ ou } \tilde{\tau}_c \geq 1 \\ \tilde{\tau}_c + (1 - \tilde{\tau}_c) \exp(\tilde{t}) & \text{si } \tilde{t} > 0 \text{ et } \tilde{\tau}_c < 1 \end{cases} \quad [1]$$

La relation [1] est la loi d'échelle de l'érosion par renard hydraulique à pression constante pour un écoulement dilué. Ce résultat a des conséquences importantes : il peut être utilisé pour analyser des résultats expérimentaux. Le rayon adimensionné $\tilde{R} - \tilde{\tau}_c$ peut être tracé en fonction du temps adimensionné $\tilde{t} + \ln(1 - \tilde{\tau}_c)$. Ceci permet une description unifiée de l'érosion par renard de différents sols, dans des conduits de différents diamètres, ...

4. Comparaison avec des résultats expérimentaux

L'essai d'érosion de trou a été élaboré pour reproduire au laboratoire le renard hydraulique. Cet essai peut être réalisé à débit constant (Benahmed et Bonelli, 2007) ou à pression constante. Dans ce dernier cas qui nous intéresse ici, les résultats de

l'essai sont donnés par l'évolution du débit en fonction du temps. L'évolution du rayon est donc évaluée de manière indirecte, à l'aide du débit. Pour plus de détails, il convient de se reporter à Wan et Fell (2002, 2004). La loi d'échelle est maintenant appliquée à l'interprétation de résultats expérimentaux obtenus par Wan et Fell (2002), sur 17 essais et 9 sols. Le trou a un rayon initial $R_0=3$ mm. L'échantillon a une longueur $L=117$ mm. La figure 2 regroupe toutes les évaluations expérimentales des valeurs du rayon sur la courbe maîtresse. Les 17 essais analysés couvrent les gammes suivantes : $9 \text{ Pa} \leq \tau_c \leq 128 \text{ Pa}$ et $10^{-5} \text{ m/s} \leq k_{er} \leq 10^{-2} \text{ m/s}$. Cette figure valide la loi d'échelle de l'érosion par renard hydraulique à pression constante pour un écoulement dilué Eq. [1].

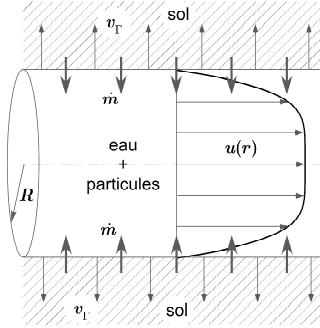


Figure 1. *Écoulement axisymétrique avec érosion et transport des particules*

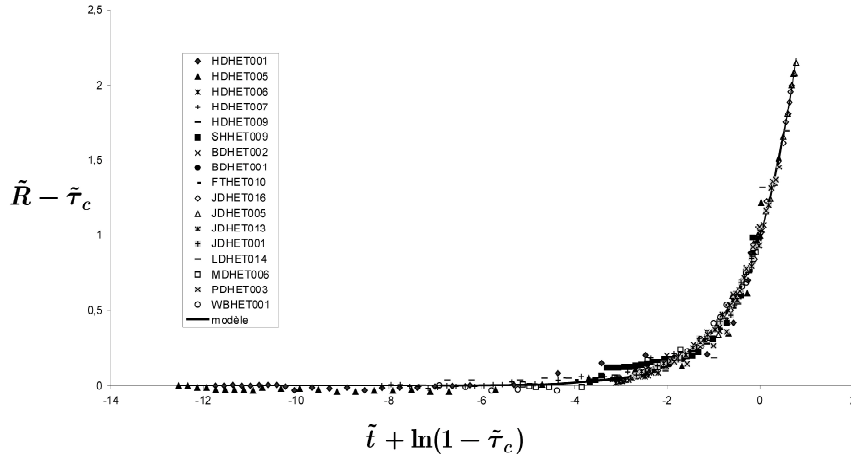


Figure 2. *Essai d'érosion de trou, comparaison essais(symboles)/modèle(trait continu). Loi d'échelle reliant le rayon au temps.*

5. Evaluation du temps de brèche d'un ouvrage hydraulique

La cinétique d'érosion a une influence considérable sur le développement d'un renard hydraulique dans une digue ou un barrage, jusqu'à la brèche. Ceci influence l'évaluation du temps disponible, permettant éventuellement d'alerter et d'évacuer les zones aval.

Supposons que l'érosion soit initiée, et que les filtres soient inefficaces à stopper le processus: il se forme alors à un moment donné un conduit continu entre l'amont et l'aval (Fig. 3). La vitesse d'agrandissement de ce conduit dépend du gradient hydraulique et de l'érodibilité du sol donnée par le coefficient d'érosion k_{er} . Ce conduit s'agrandit jusqu'à une valeur particulière du diamètre provoquant l'effondrement de la couche de sol située au-dessus (le toit). Cet effondrement provoque une brèche, qui va ensuite s'élargir. La question qui se pose est la suivante : comment évaluer le temps restant jusqu'à effondrement du toit ?

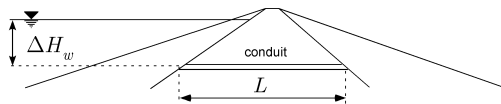


Figure 3. Erosion de conduit dans un ouvrage hydraulique.

Le temps caractéristique d'érosion peut se ré-écrire comme suit :

$$t_{er} = \frac{2(\gamma_g / \gamma_w)}{gk_{er} (\Delta H_w / L)}.$$

Ce temps est donc une fonction de paramètres ayant un sens physique précis : le coefficient d'érosion k_{er} , la densité du sol γ_g , la densité de l'eau γ_w , la différence de niveau hydraulique entre l'amont et l'aval ΔH_w , la longueur du conduit L , et la constante gravitationnelle g .

Nous pouvons alors proposer une expression pour estimer le temps restant avant la brèche. Supposons que l'on connaisse la contrainte critique τ_c et le coefficient d'érosion k_{er} par des essais préliminaires d'érosion au laboratoire. Supposons que l'on connaisse le rayon maximum R_{max} avant effondrement du toit, par une analyse géotechnique préliminaire. Le schéma de principe d'évolution du processus est décrit sur la figure 4.

Après initiation par érosion régressive (phénomène encore méconnu), le conduit est formé avec un rayon initial R_0 , qui est inconnu. Une inspection visuelle peut cependant permettre d'estimer le débit sortant, et donc le rayon R_d au moment de cet inspection. La loi d'échelle Eq. [1] conduit alors à l'estimation suivante de Δt_u , temps restant jusqu'à la brèche :

$$\Delta t_u \approx t_{er} \ln \left(\frac{R_{\max} - R_{\min}}{R_d - R_{\min}} \right), \quad R_{\min} = \frac{2L\tau_c}{\gamma_w \Delta H_w}.$$

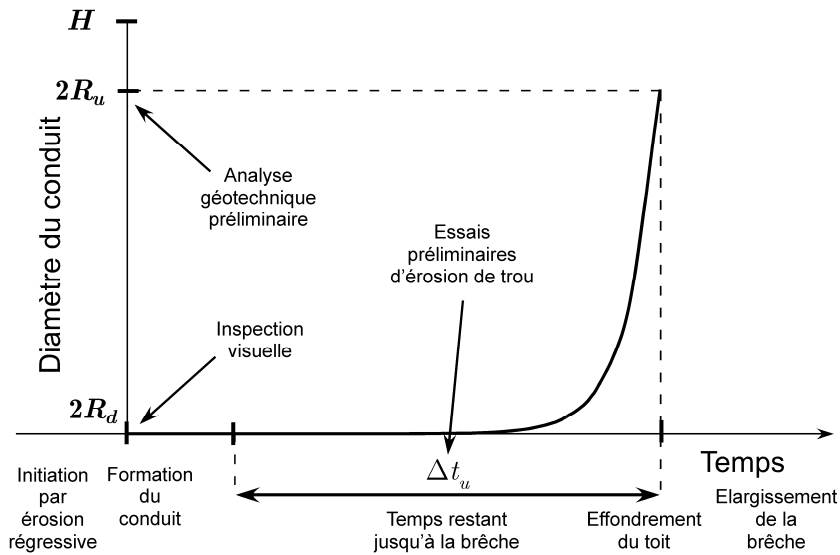


Figure 4. *Evaluation du temps restant jusqu'à la brèche avec la loi d'échelle.*

Des travaux supplémentaires de validation sur plusieurs études de cas documentées restent à mener pour savoir si ce temps est effectivement un indicateur pertinent.

6. Conclusion

L'essai d'érosion de trou est bien adapté à la caractérisation de l'érosion par renard hydraulique, mais il n'existe pas de modèle d'interprétation. A partir des équations d'écoulement diphasique avec diffusion, et des équations de saut avec érosion de l'interface fluide/sol, un modèle simple pour décrire l'agrandissement d'un conduit par érosion hydraulique est proposé. Ce modèle est fonction de deux paramètres d'érosion : la contrainte seuil et le coefficient d'érosion. La comparaison avec des résultats expérimentaux publiés valide le modèle pour l'interprétation d'essais d'érosion de trou.

Le raisonnement est alors poursuivi au cas d'un ouvrage hydraulique (barrage, digue) : une évaluation du temps restant jusqu'à la brèche est proposée. Pour cela, il faut impérativement avoir détecté visuellement le renard, et avoir réalisé des essais préliminaires d'érosion de trou sur le sol en question. Ce temps est directement lié à

la capacité d'alerter et d'évacuer les zones aval. Des travaux supplémentaires de validation sur plusieurs études de cas documentées restent à mener pour savoir si ce temps est effectivement un indicateur pertinent.

Remerciements : ce projet de recherche est soutenu par l'Agence Nationale de la Recherche (ERINOH, contrat 0594C0115). Nous remercions le Professeur Robin Fell, ainsi que Chi Fai Wan pour leurs résultats expérimentaux.

7. Bibliographie

- Benahmed N., Bonelli S., «Etude expérimentale de l'érosion interne d'une kaolinite», *XXV Rencontres Universitaires de Genie Civil*, Bordeaux, mai 2007.
- Bonelli S., Brivois O., Borghi R., Benahmed N., «On modelling of piping erosion», *Comptes Rendus de Mécanique*, vol. 8-9, n° 334, 2006, p. 555-559.
- Bonelli S., Brivois O., Benahmed N., «Modélisation du renard hydraulique et interprétation de l'essai d'érosion de trou», *Revue Française de Géotechnique*, 2007, à paraître.
- Bouddour A., Auriault J.-L., Mhamdi-Alaoui M., «Erosion and deposition of solid particles in porous media: Homogenization analysis of a formation damage», *Transport in porous media*, vol. 25, n°2, 1996, p. 121-146.
- Brivois O. Contribution à la modélisation de l'érosion de fortes pentes par un écoulement turbulent diphasique, Thèse de doctorat, Université Aix-Marseille II, 2005.
- Chanson H. *The Hydraulics of Open Channel Flows: An Introduction*. Butterworth-Heinemann, Oxford, UK, 1999.
- Lefebvre G., Rohan K., Douville S., «Erosivity of natural intact structured clay : evaluation», *Canadian Geotechnical Journal*, n°22, 1985, p. 508-517.
- Morland L.W., Sellers S., «Multiphase mixtures and singular surfaces», *International Journal of Non-Linear Mechanics*, vol. 36, 2001, p. 131-146.
- Nigmatulin R.I. *Dynamics of multiphase media*, Book News, Inc. Portland, 1990.
- Raudkivi A.J., *Loose boundary hydraulics*, A.A. Balkema/Rotterdam/Brookfield, 1998.
- Wan C.F., Fell R., Investigation of internal erosion and piping of soils in embankment dams by the slot erosion test and the hole erosion test. UNICIV Report No R-412, July 2002, The University of New South Wales Sydney ISSN 0077 880X.
- Wan C.F., Fell R., «Investigation of rate of erosion of soils in embankment dams». *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, vol. 30, n°4, 2004, p. 373-380.