
Contribution au développement d'un modèle Elasto-Visco-Plastique pour les sables.

A. Ezaoui, H. Di Benedetto

*Département Génie Civil et Bâtiment, CNRS-URA 1652
Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat (ENTPE), France.
Rue Maurice Audin, 69518 Vaulx en Velin cedex
ezaoui@entpe.fr, herve.dibenedetto@entpe.fr*

RÉSUMÉ. Le comportement des géomatériaux, tels les sables, a longtemps été considéré comme élasto-plastique. Des expériences récentes menées sur des prototypes de laboratoire au Département Génie Civil et Bâtiment (DGCB) de l'Ecole Nationale des Travaux Publics de l'Etat (ENTPE), ont montré l'existence de phénomènes visqueux au sein des milieux granulaires pulvérulents (sable), au cours de périodes de fluage, de relaxation et de changements de vitesse de déformation. De telles observations ont également pu être faites in situ. Un modèle visqueux a donc été développé au DGCB de l'ENTPE. Il s'appuie sur un formalisme à trois composantes. Une modélisation unidimensionnelle simple a donc été réalisée et les paramètres du modèle identifiés à partir de résultats expérimentaux. Les premiers résultats montrent une bonne tendance du modèle à traduire les sauts de contrainte visqueux lors de changements de la vitesse de déformation ainsi qu'une bonne appréciation du caractère évanescent des phénomènes visqueux avec la déformation irréversible.

ABSTRACT. The behaviour of geomaterials, like sand, was considered for a long time as purely elasto-plastic. Some recent findings lead on laboratory equipment have exhibited viscous properties for granular material (sand), during creep periods, relaxation periods and with step changes in the strain rate. Such observations have also been carried out in field. A viscous modelling based on a three component framework, has been proposed by the DGCB of ENTPE. A simple one-dimensional modelling has been realised and the rheological parameters of the model determined from experimental data. First results seem to show well tendency of the model to predict overshoot or undershoot of the viscous stress for changes in the strain rate. The evanescent viscous property of granular material with irreversible strain is also predicted.

MOTS-CLÉS: Propriétés visqueuses, essai triaxial, sable, relaxation, fluage, sauts de vitesse, viscosité évanescente.

KEYWORDS: viscous properties, triaxial test, sand, relaxation, creep, change in the strain rate, viscous evanescent.

1. Introduction

La réponse contrainte déformation des sables secs est complexe et dépend de nombreux paramètres tel les conditions et l'histoire de chargement, les vitesses de sollicitations, etc. La réponse des matériaux granulaires est fortement liée aux niveaux de déformation subits par le matériau. Des investigations expérimentales à l'aide de dispositifs récents (Triaxial de précision « StaDy » – DGCB/ENTPE, appareil de torsion compression sur cylindre creux « T4C -StaDy– DGCB/ENTPE, propagation d'ondes par Bender Element (Di Benedetto et al. 2005; Ezaoui et al. 2006)) ont mis en évidence sur sables des domaines de quasi-élasticité (amplitude de déformation $\varepsilon_{sa} < 10^{-5}$ m/m), de fortes irréversibilités de type plastiques pour des déformations élevées ($\varepsilon >$ quelques 10^{-3} m/m) ainsi que des comportements de types visqueux à « moyennes » et « grandes » déformations (fluages, relaxations et sauts de contraintes lors de changements rapides de la vitesse de chargement). L'effet de ces comportements visqueux, longtemps sous estimés pour les géomatériaux, se révèlent être non négligeables sur des constructions sensibles ; citons par exemple l'aéroport international Kansai (Osaka) (Leroueil et Hight 2003) ou le pont Akashi (Di Benedetto et al. 2003).

A partir d'une conceptualisation macroscopique de ces phénomènes, une approche rhéologique est présentée. En particulier, une modélisation des phénomènes visqueux spécifiques aux sables (Visqueux Evanescent) (Di Benedetto et al. 2002) et récemment analysés est proposée. Un formalisme à trois composantes présenté ci-après sert de cadre à l'approche globale de la réponse contrainte déformation. Quelques résultats expérimentaux obtenus pour cette étude sur essai triaxial de précision sont présentés dans cet article. Les paramètres du modèle sont identifiés. Enfin, un exemple de simulation globale est présenté et quelques perspectives sont abordées.

2. Présentation du dispositif expérimental

2.1. Triaxial StaDy

L'essai triaxial utilisé au cours de cette étude, présenté en figure 1, est un prototype « StaDy » (pour système de mesures Statiques et Dynamiques) développé à l'ENTPE (Pham Van Bang 2004).

La forme de l'échantillon est cylindrique (14 cm de hauteur et 7 cm de diamètre). Le dispositif triaxial présente 2 systèmes de mesures des déplacements, conçus afin d'obtenir les déformations axiales et radiales de l'échantillon de manière locale (mesures sur la partie centrale de l'échantillon). Pour la mesure des déplacements axiaux, 4 capteurs sans contact (d'étendue de mesure 1 mm), fixés à un support mobile, visent 4 cibles en duralumin (cf. figure 1). Deux autres capteurs sans contact (d'étendue de mesure 1 mm) sont utilisés pour la mesure des déplacements radiaux. Ceux-ci visent 2 cibles en aluminium, situées entre le matériau et la paroi interne de la membrane (épaisseur 0,4 mm). La précision de la mesure des déformations axiale et radiale à partir des 6 capteurs sans contact est estimée à +/-

10^{-6} m/m. La mesure des contraintes appliquées sur l'échantillon se fait par l'intermédiaire de 2 capteurs : un capteur de force interne de capacité 10 kN (± 1 N) et un capteur de pression de capacité 10 bars ($\pm 0,3$ kPa).

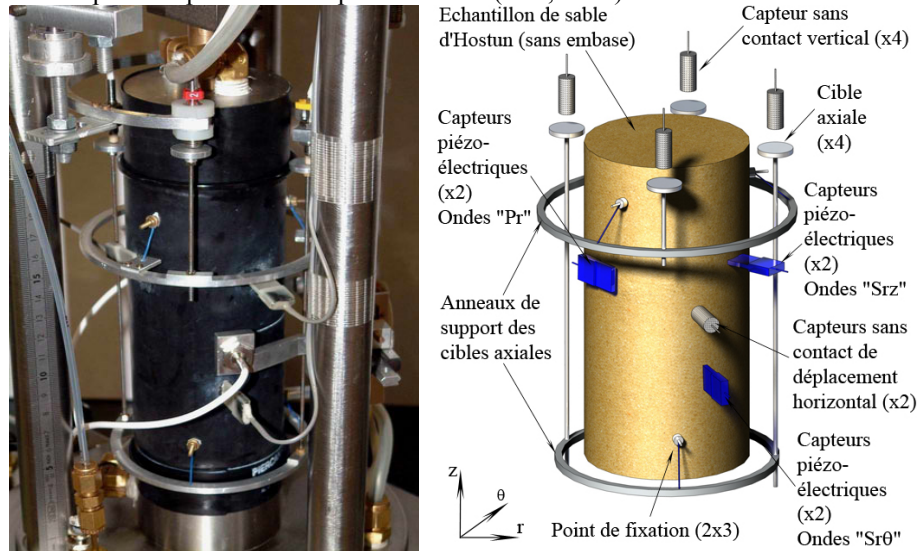


Figure 1. Photographie d'un échantillon instrumenté (gauche) et vue schématique du système de mesures statiques local et dynamiques radial (droite)

Un système de sollicitations dynamiques par propagation d'ondes est également incorporé au dispositif. Il se compose de deux couples de capteurs piézoélectriques insérés dans les embases supérieure et inférieure (« Bender Element »), ainsi que de 3 couples de capteurs piézoélectriques radiaux disposés le long de la membrane (Fig. 1). Ce dispositif dynamique permet de solliciter le matériau dans un domaine de « quasi-élasticité » et de remonter aux paramètres mécaniques en petites déformations (tenseur élastique anisotrope) du matériau (Ezaoui et al. 2006)

2.2. Matériau utilisé

Le matériau utilisé au cours de cette étude, est un sable d'Hostun sec S28. Ce matériau, dont les grains sont de type angulaires à subangulaires, est composé principalement de quartz, et présente une granulométrie resserrée autour de 0,35 mm. Un seul type d'arrangement granulaire est présenté dans cet article, correspondant à un état dense du sable utilisé. Cet arrangement granulaire, d'indice des vides « e_0 » proche de 0,72 (Densité relative $D_r \approx 82\%$) est obtenu par une méthode de pluviométrie des grains dans l'air (hauteur de chute maintenue constante proche de zéro (~ 1 cm)) et suivi par une méthode de vibration le long des parois du moule de fabrication. La consolidation se fait de manière isotrope jusqu'à une pression de confinement de 400kPa.

3. Formalisme à trois composantes

3.1. Présentation générale

Le modèle à trois composantes (Fig. 2) relie trois corps analogiques EP1, EP2 et V, décrivant respectivement et de manière générale, deux corps élasto-plastiques dont les déformations sont instantanées et un corps visqueux dont les déformations sont dépendantes du temps (de la vitesse de déformation).

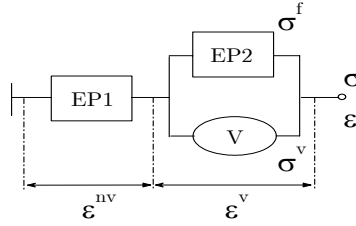


Figure 2. Représentation analogique du modèle à trois composantes

Ce formalisme, fondé sur de nombreuses observations expérimentales, fait apparaître la décomposition suivante :

$$\dot{\underline{\varepsilon}} = \dot{\underline{\varepsilon}}^{nv} + \dot{\underline{\varepsilon}}^v \quad [1]$$

La déformation globale est la somme d'une déformation instantanée ($\dot{\underline{\varepsilon}}^{nv}$) et d'une déformation visqueuse ($\dot{\underline{\varepsilon}}^v$) introduite en particulier par le corps analogique V. La particularité de ce modèle tient au fait que la déformation visqueuse est de type viscoplastique par l'intermédiaire du corps plastique EP2 lié au corps V par la relation suivante :

$$\underline{\sigma} = \underline{\sigma}^f + \underline{\sigma}^v \quad [2]$$

La contrainte globale est la somme d'une contrainte plastique instantanée et d'une contrainte de nature purement visqueuse.

3.2. Elastoplasticité : corps EP1 et EP2

Le corps EP1 est issu d'une formulation incrémentale hypoélastique, modèle « DBGS » (Duttine et al. 2006), traduisant les propriétés quasi élastiques du matériau pour des faibles déformations ($\varepsilon_{sa} < 10^{-5}$ m/m). L'incrément élastique est relié à l'incrément de contrainte globale par le tenseur hypoélastique $\underline{\underline{M}}$:

$$d\underline{\varepsilon}^{nv} = \underline{\underline{M}}(h).d\underline{\sigma} \quad \text{avec} \quad \ll h \gg \text{ paramètre d'histoire} \quad [3]$$

En projetant cette relation sur l'axe vertical "z" (Fig. 1), il vient la relation unidimensionnelle suivante (à contrainte de confinement σ_r constante) :

$$d\varepsilon_z^{nv} = \frac{1}{E_z(h)}.d\sigma_z \quad \text{et} \quad E_z(h) = E_0 \cdot \left(\frac{\sigma_z}{\sigma_0} \right)^n \quad [4,5]$$

Avec « h » paramètre d'histoire (tenseur des contraintes, des déformations, etc.), « n » paramètre rhéologique, σ_0 et E_0 contrainte axiale et module d'Young axial pour $\sigma_z = \sigma_0$.

Le formalisme du corps EP2 traduisant les déformations irréversibles du matériau n'est pas abordé dans cette étude. Dans le cas monotone unidimensionnel abordé, une courbe de référence unique indépendante du temps, reliant σ_z^f à ε_z^v , est considérée.

3.3. Composante visqueuse : corps V

Deux grandes classes de modélisation visqueuse « limites » pour les géomatériaux ont été introduites par (Di Benedetto et al. 2002; Tatsuoka et al. 2002); i) Le modèle Isotach qui permet de décrire notamment les phénomènes visqueux dans les argiles et ii) le modèle VE (Visqueux Evanescent) dans le cas des sables. Ces deux modèles sont illustrés ci-après en figure 3.

Le modèle Isotach peut s'écrire de manière générale et unidimensionnelle comme suit :

$$\sigma_z^v = f(h_2, \dot{\varepsilon}_z^v) \text{ avec } h_2 \text{ paramètre d'histoire} \quad [6]$$

A partir de l'équation 7, la formulation suivante est proposée, et se fonde sur les résultats obtenus par (Matsushita et al. 1999; Pham Van Bang 2004):

$$\sigma_z^v = \eta(h_2) \cdot \tilde{f}(\dot{\varepsilon}_z^v) \text{ avec } \eta(h_2) = \alpha \cdot \sigma_z^f(\varepsilon_z^v) \text{ et } \tilde{f}(\dot{\varepsilon}_z^v) = \ln \left(\frac{|\dot{\varepsilon}_z^v| + \dot{\varepsilon}_0^v}{\dot{\varepsilon}_0^v} \right) \quad [7]$$

où α et $\dot{\varepsilon}_0^v$ sont des constantes du modèle. Les équations 4, 5 et 7 permettent de définir complètement le modèle Isotach unidimensionnel (courbe de référence plastique connue). Le modèle VE prend en compte un phénomène propre aux sables et illustré figure 3, celui de « l'oubli » progressif, avec les déformations irréversibles, d'un changement de vitesse de déformation lorsque cette dernière est par la suite maintenue constante. L'incrément visqueux est pondéré par une fonction « d'oubli » appelé fonction « g_{decay} », dépendante de la déformation irréversible. L'expression de la contrainte visqueuse pour le modèle « VE » à partir du modèle « Isotach » devient :

$$\sigma_z^v(\varepsilon_z^v) = \int_{\tau=\varepsilon_1^v}^{\varepsilon_z^v} [d\sigma_z^v]_{(\tau)} \cdot g_{decay}(\varepsilon_z^v - \tau) = \int_{\tau=\varepsilon_1^v}^{\varepsilon_z^v} [\eta(h_2) \cdot \tilde{f}(\dot{\varepsilon}_z^v)]_{(\tau)} \cdot g_{decay}(\varepsilon_z^v - \tau) \quad [8]$$

$$g_{decay}(\varepsilon_z^v - \tau) = e^{-(\varepsilon_z^v - \tau) / \varepsilon_{ref}} \quad [9]$$

La modélisation visqueuse (VE) unidimensionnelle nécessite donc de connaître les trois variables : $\alpha, \dot{\varepsilon}_0^v, \varepsilon_{ref}$.

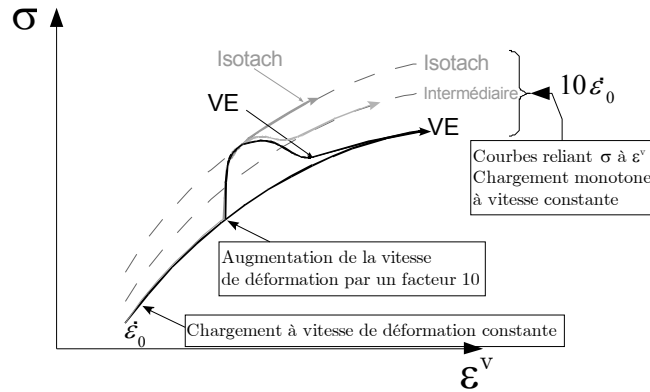


Figure 3. Représentation schématique des courbes « contrainte déformation » pour différents types de viscosité

4. Résultats expérimentaux et simulations

La figure 4 présente la courbe globale contrainte déformation dans le plan ($R = \sigma_z / \sigma_r, \varepsilon_z$) obtenue sur essai triaxial après un chargement monotone (compression) au cours duquel des changements de vitesse de la déformation ont été appliqués ainsi que des périodes de relaxation. Une courbe de modélisation (modèle VE présenté précédemment) est également représentée figure 4. Cette modélisation s'appuie sur les paramètres visqueux « α et $\dot{\varepsilon}_0$ » dont la détermination est explicitée en figures 5 et 6. La détermination du premier paramètre « α » peut s'effectuer à partir de deux types d'essai : des changements de vitesse de la déformation axiale (Fig. 5) au cours du chargement, ou par des essais de relaxation (Fig. 6). Ces deux types de sollicitations expérimentales issues de l'essai triaxial sur sable d'Hostun présenté en figure 4, sont illustrées ci-dessous figures 5 et 6.

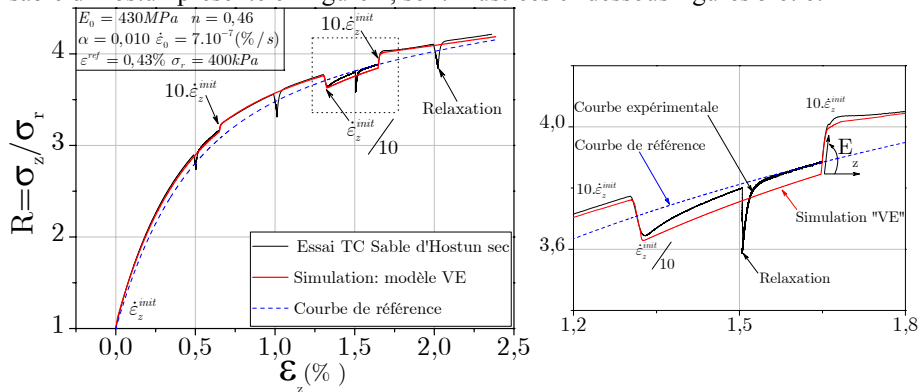


Figure 4. Courbe globale « contrainte déformation » (gauche) d'un essai triaxial en compression sur sable d'Hostun sec ($e_0=0,72$) soumis à des changements de vitesse de déformation ainsi qu'à des périodes de relaxation

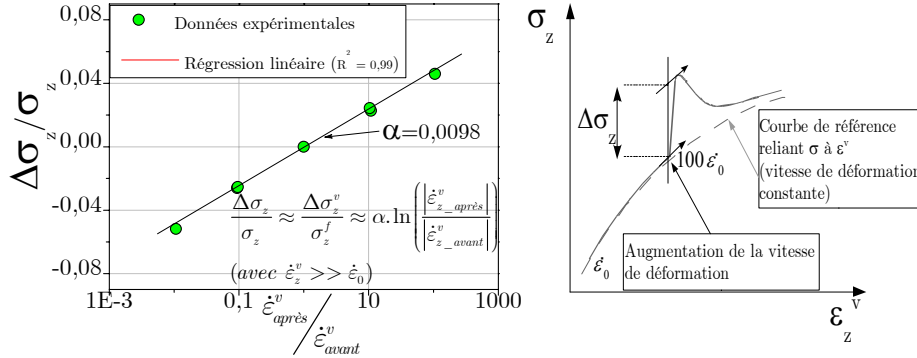


Figure 5. Représentation schématique d'un saut de contrainte issu d'un changement de vitesse de sollicitation (droite) et détermination du paramètre visqueux « α » à partir des sauts de contrainte (gauche) de l'essai triaxial (Fig. 4)

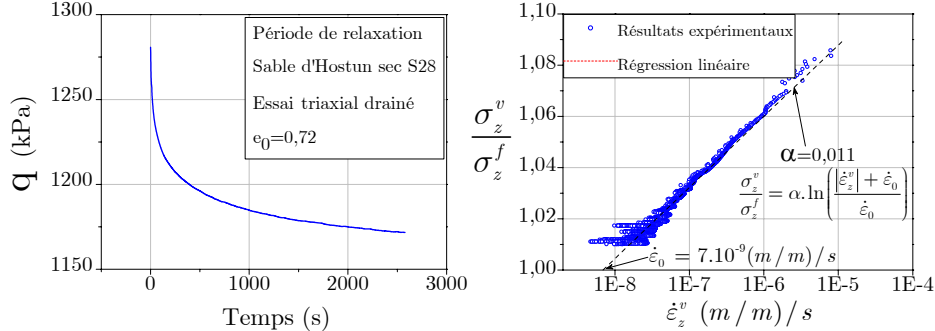


Figure 6. Résultats expérimentaux au cours d'une période de relaxation de l'essai triaxial présenté ci avant (Fig. 4) dans les plans déviateur des contraintes – temps (gauche) et rapport des contraintes visqueuse et de référence en fonction de la vitesse de déformation irréversible (droite).

5. Conclusions

A partir de quelques résultats expérimentaux obtenus sur essai triaxial de précision, et présentés dans cet article, il apparaît au travers de périodes de relaxation et de changements des vitesses de déformation axiale, que les sables présentent pour des déformations moyennes ($>0,1\%$ de déformation axiale) un comportement de type visqueux. Une approche rhéologique macroscopique de type élasto-visco-plastique fondé sur un modèle analogique à trois composantes a été introduite. Compte tenu de la concision de cet article, le formalisme tridimensionnel (élastique, plastique et visqueux) n'a pas été abordé. En revanche, les premiers résultats de modélisation (dans la direction de compression axiale « z ») des phénomènes visqueux comme les sauts de contraintes et les périodes de relaxation sont satisfaisants qualitativement et quantitativement. Le calage du modèle « VE » à partir de ces phénomènes visqueux (sauts de contrainte et relaxation) démontre une bonne consistance du modèle au travers du paramètre rhéologique « α », très proche de la valeur de « 0,010 » dans

les deux cas. Des analyses des périodes de fluages sont prévues afin de corroborer ces premiers résultats. Une modélisation complète tridimensionnelle de ces phénomènes est en cours d'étude.

5. Bibliographie

Di Benedetto, H., H. Geoffroy, A. Duttine et C. Sauzéat. " Anisotropic behaviour of soils and site investigation based on wave propagation tests. (In french) ". *16th Int. Conf. on Soils Mechanics and Geotechnical Engineering*.2005, Osaka.

Di Benedetto, H., F. Tatsuoka, D. Lo Presti, C. Sauzéat et H. Geoffroy. " Time effects on the behaviour of geomaterials. " *Proc. of Int. Symp. on Deformation Characteristics of Geomaterials*.2003, Lyon. **2**.

Di Benedetto, H., F. Tatsuoka et I. Masanori " Time dependent shear deformation characteristics of sand and their constitutive modelling. " *Soils and Foundations* **42**(2), 2002, 1-22.

Duttine, A., H. Di Benedetto, D. Pham Van Bang et A. Ezaoui " Anisotropic small strain elastic properties of sands and mixture of sand/clay measured by dynamic and static methods. " *Soils and Foundations*, 2006, (To be published).

Ezaoui, A., H. Di Benedetto et D. Pham Van Bang. " Anisotropic behaviour of sand in the small strain domain. Experimental measurements and modelling. " *Proc. Geotechnical Symposium in Roma*.2006, Roma.

Leroueil, S. et D. W. Hight. " Behaviour and properties of natural soils and soft rocks ". *Characterisation and engineering properties of natural soil*.2003, Balkema. **1**, pp.29-254.

Matsushita, M., F. Tatsuoka, J. Koseki, B. Cazacliu, H. Di Benedetto et S. J. M. Yasin. " Time effects on the pre-peak deformation properties of sands ". *Proc. Second Int. Conf. on Pre-Failure Deformation Characteristics of Geomaterials*.1999, IS Torino, Balkema. **1**, 681-689.

Pham Van Bang, D. Comportement instantané et différé des sables des petites aux moyennes déformations: expérimentation et modélisation, in french.*Thèse de doctorat*. Lyon, Ecole doctorale MEGA, INSA / ENTPE 238, 2004

Tatsuoka, F., M. Ishihara, H. Di Benedetto et R. Kuwano " Time-dependent shear deformation characteristics of geomaterials and their simulation. " *Soils and Foundations* **42**(2), 2002, 103-129.