
Construction et Identification in situ d'un modèle prévisionnel de comportement en service d'un beffroi

Philippe Galimard — Alain Cointe

Unité Sciences du Bois et des Biopolymères - UMR5103, Université Bordeaux 1 /CNRS/INRA

Domaine de l'Hermitage, 69 route d'Arcachon, 33612 Cestas Cedex.

galimard@us2b.pierrroton.inra.fr

cointe@us2b.pierrroton.inra.fr

RÉSUMÉ. Le diagnostic du beffroi de la cathédrale de Metz, préalable à la remise en service de sa cloche de 11 tonnes, est piloté par un modèle numérique du comportement mécanique de la charpenterie. Les nombreux paramètres mécaniques du modèle numérique par Eléments Finis ont été classés par la technique des Plans d'Expériences. Les caractéristiques mécaniques des assemblages, en particulier les rigidités axiales et les jeux, sont les paramètres qui pilotent de la réponse globale du beffroi exprimée en déplacement horizontal en tête du beffroi. Une campagne de mesures in situ d'identification des paramètres pertinents obtenus sous faibles balancements a permis de caler le modèle. Le caractère prévisionnel de ce dernier est validé sur le déplacement en tête du beffroi. Une extrapolation à des niveaux de balancement en service de la cloche est enfin réalisée.

ABSTRACT. The serviceability of the 105 kN bell of the cathedral of Metz has been stopped for a century when stones have fallen from the bell tower as the bell is ringing. The diagnosis of the wooden belfry has to be undertaken. It is managed by a numerical model of the mechanical behaviour. The numerous, scattered and often unknown parameters of the latter require to identify in situ or to estimate only a part of them to build a pertinent mechanical model. The parametric study has been performed with Design of Experiments. It has shown that the joint characteristics (axial stiffness and clearance) are the most influent parameters on the top nodal displacement that has been used as the global response of the belfry. The main joints are determined by the same technique. Their characteristics are identified through dynamic in situ testing. The up-dated model has shown good can give a very good estimation of the measured horizontal top displacement and its whole kinematics.

MOTS-CLÉS : Diagnostic, Beffroi, Charpente bois, Plans d'Expériences numériques, Optimisation d'essais in situ, Modèle numérique prévisionnel, Identification du comportement des assemblages.

KEYWORDS: Wooden belfry, Design of Experiments, In situ identification of mechanical variables, Structural monitoring.

1. Introduction

Après un siècle d'arrêt à la suite de chute de moellons, la remise en service de la cloche de la Mutte (10,5 tonnes) du beffroi éponyme de la cathédrale de Metz nécessite de diagnostiquer l'état de la charpenterie afin d'en estimer les limites d'exploitation et/ou d'intervention. Les causes de cette pathologie n'étant pas connues, une étude complète de la tour a été commanditée par Christophe Bottineau, Architecte en Chef des Monuments Historiques en charge de la cathédrale. L'étude de la maçonnerie a été prise en charge par le LCPC. La charpenterie à base carrée du beffroi repose simplement sur des corbeaux en pierre dans la tour maçonnée, à 45 m de hauteur. Elle est composée de quatre treillis parallèles de 7x7 m² formés de membrures de 40x40 cm² et de diagonales de 35x35 cm² liées par des assemblages par tenon/mortaise chevillés. Les quatre treillis sont solidarisés transversalement par des diagonales croisées. L'essence de bois est du chêne ne présentant quasiment pas de singularités apparentes. L'étude effectuée consiste à réaliser un modèle numérique, puis à déterminer les paramètres mécaniques pertinents par une étude de sensibilité, et enfin à identifier ces paramètres d'après des mesures in situ. Le modèle ainsi construit est validé par des mesures de déplacement global. Il permet alors d'orienter le diagnostic et d'effectuer une simulation d'exploitation afin d'en proposer des limites.

2. Modèle numérique

Le modèle numérique (Figure 1) a été construit sur Abaqus[®] à partir de relevés scanner 3D et de relevés manuels. Il est composé de 2221 nœuds pour 616 éléments de poutres et 204 assemblages ponctuels.

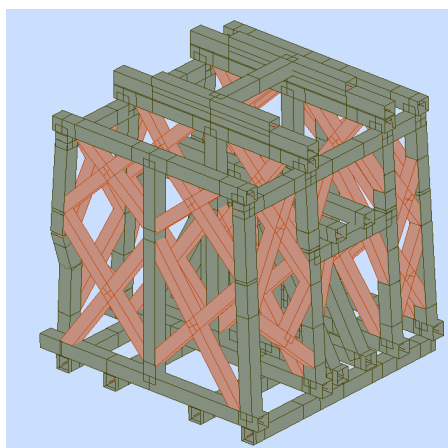


Figure 1. Modélisation géométrique du beffroi

La loi de comportement des poutres et des assemblages est élastique linéaire. Un coefficient d'amortissement est pris en compte lors du calcul dynamique. Les assemblages à chaque extrémité de poutre sont des connecteurs à trois degrés de liberté : deux translations et une rotation dans le plan des treillis. Les connecteurs peuvent prendre en compte des jeux d'assemblage.

Les charges dues à la cloche sont estimées en déterminant les paramètres mécaniques de la cloche à partir de sa géométrie puis en résolvant l'équation non linéaire du pendule pesant. En effet, pour de grandes amplitudes, l'équation différentielle régissant le mouvement du pendule devient non linéaire. La solution est approchée par la fonction elliptique de Jacobi. La période du mouvement est, par exemple, estimée à 3,43 s pour un angle de battue théorique de 90°. L'équation suivante [1] du mouvement est alors imposée à la cloche dans le beffroi afin de tenir compte de la masse de la cloche (105 kN) par rapport au beffroi (env. 380 kN).

$$\ddot{\varphi}^2 = 4k^2\omega^2 \left[1 - \frac{\sin^2(\varphi/2)}{k^2} \right] \quad [1]$$

Avec φ angle de battue, ω pulsation propre et $k = \sin^2(\varphi_0/2)$ tenant compte de l'angle initial.

3. Etude paramétrique

Les paramètres mécaniques sont inconnus (rigidités des assemblages, amortissements) ou estimés (module élastique : $E = 12000 \text{ MPa} \pm 20\%$ et masse volumique du bois : $\rho_m = 700 \text{ kg/m}^3 \pm 20\%$). Leur grand nombre rend leur identification impossible. Il est donc nécessaire de réaliser une étude permettant de déterminer les paramètres pertinents du modèle de comportement pour limiter les mesures in situ. Cette optimisation a été réalisée par des Plans d'Expérience numériques. Le nombre de réalisations à simuler est très important du fait du grand nombre de barres et d'assemblages. La méthodologie adoptée est donc la suivante :

- plans de criblage sur différentes familles de paramètres (rigidités des poutres, des assemblages, coefficients d'amortissement et jeux) afin de dégrossir la recherche. On utilise les Plans de Placket-Burman à deux modalités par paramètre (valeurs haute et basse).
- Approche locale sur la ou les familles ciblées. Les paramètres locaux sont discriminés par des Plans factoriels à trois modalités (valeurs moyenne haute et basse).

L'étude de sensibilité a été menée sur le déplacement horizontal maximum en tête de beffroi.

3.1. Plan de criblage

Seize réalisations de Plans de Placket-Burman ont été obtenues sur les paramètres précédemment cités. Les rigidités des assemblages étant parfaitement inconnues, on a choisi un facteur mille entre les valeurs hautes et basses, alors que le module d'élasticité du bois reste de la plage d'incertitude mentionnée plus haut. Il apparaît logiquement que, comme l'avait déjà montré (André, 2003), les rigidités et jeux d'assemblages pilotent le déplacement (Figure 2).

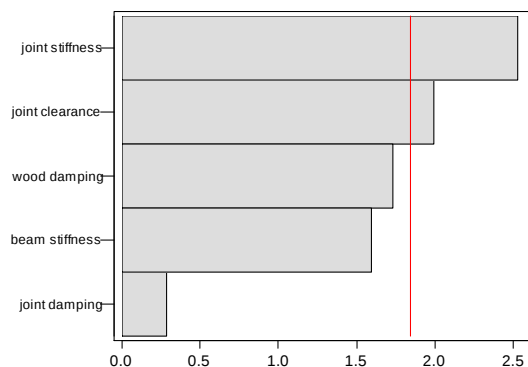


Figure 2. Diagramme de Pareto des effets normalisés des cinq familles de paramètres sur le comportement global (axe vertical à 95% de confiance)

3.2. Etude locale de discrimination

Cette étude a porté sur les caractéristiques des assemblages à étudier, en phase initiale de recherche des assemblages principaux. Les jeux ont été négligés dans un premier temps. La sensibilité à la rigidité a été évaluée sur les trois composantes (rigidités axiale, transversale et rotationnelle) des connecteurs. Un plan factoriel à trois modalités (par exemple en translation : 10^8 N/m, 10^7 N/m, 10^6 N/m) a conduit à 27 réalisations. Le résultat est comme attendu sur une structure fonctionnant prioritairement en treillis, la rigidité axiale constitue le facteur principal.

3.3. Détermination des assemblages à instrumenter

Nous savons qu'il faut identifier la rigidité axiale des assemblages. Mais, lesquels ? Leur nombre (204) demeurant encore trop élevé, une étape intermédiaire a consisté à classer les assemblages selon l'intensité de l'effort axial qu'ils transmettent, puis les grouper par paquets de 5. Un plan factoriel à deux niveaux de 41 facteurs (rigidités axiales de groupes de 5 connecteurs ordonnés en fonction de l'intensité de l'effort transmis) a permis de déterminer que huit groupes avaient une

grande influence sur la réponse de la structure. Les 40 connecteurs issus de ces huit groupes ont fait l'objet d'un dernier plan factoriel (Voir figure 3). Il apparaît que sept assemblages majeurs pilotant le déplacement en tête du beffroi.

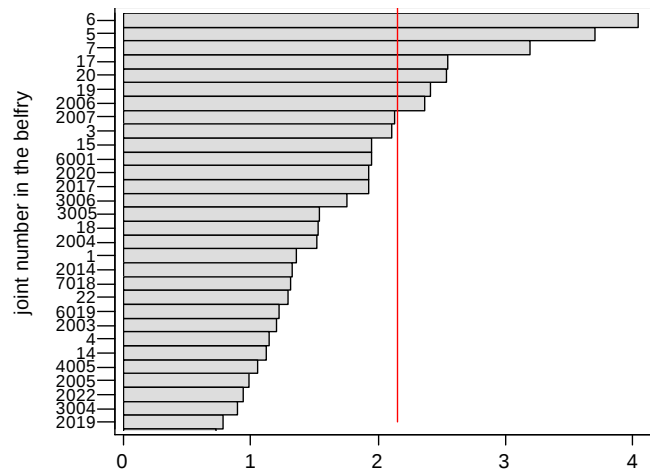


Figure 3. Diagramme de Pareto sur la sensibilité des rigidités axiales des assemblages.

4. Instrumentation et mesures

L'instrumentation mise en œuvre nous a permis de tester les vingt principaux assemblages, quatre déplacements en tête, ainsi que le balancement de la cloche à l'aide d'un inclinomètre Sensorex 46123, de potentiomètres rectilignes à piste plastique Megatron® vingt MM 30 (10 et 30 mm) et quatre Sensofluid (50 mm de course). Ces capteurs innovants ont été choisis pour réaliser le suivi après remise en service. Les mesures ont été réalisées à partir de balancements limités (inférieurs à 30°) de la cloche autorisés par l'ACMH C. Bottineau. Il s'agit d'un compromis entre le risque et la nécessité de calibration, sachant qu'en service, l'angle maximum généralement admis par les spécialistes de l'art campanaire est de 60°. Le calcul au §1 estime l'effort horizontal à 22 kN à 30° et 45 kN à 60°.

5. Calibration du modèle numérique

Seule la rigidité des connecteurs est donc importante à calibrer. Les travaux de (Ceccotti, 2005) nous proposent une estimation plus ciblée de cette rigidité. Des chevilles de 40 mm dans du bois de 600 kg/m³ nous permettent d'affiner la rigidité à

$5,7 \cdot 10^8$ N/m. Cette valeur est introduite dans le modèle numérique pour comparer les mesures du comportement local des assemblages avec une simulation numérique.

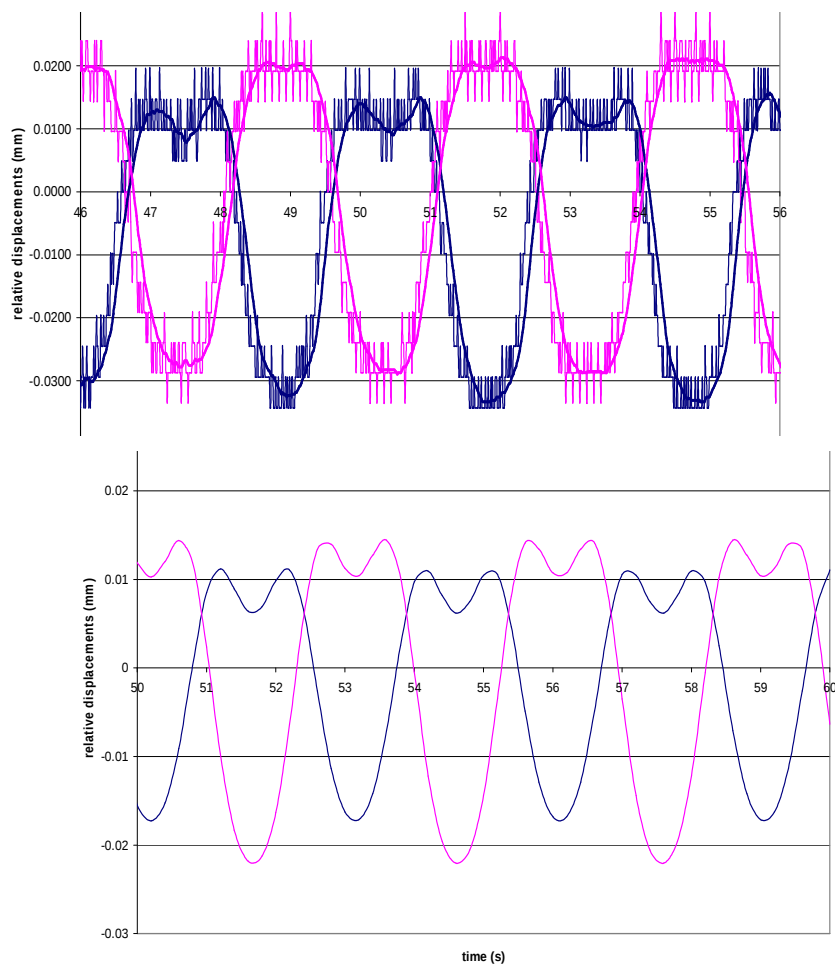


Figure 4. *Comparaison du comportement mesuré (en haut) et simulé (en bas) de deux assemblages.*

Il apparaît que la valeur estimée selon (Ceccotti, 2005) donne la valeur de calibration de la rigidité des assemblages. La figure 4 donne en effet une bonne adéquation entre valeurs simulées et mesurées tant en cinématique qu'en amplitude des déplacements.

6. Capacité prédictive du modèle

La capacité prédictive du modèle numérique a été testée sur les déplacements en tête du beffroi. Les résultats sont présentés sur la figure 5.

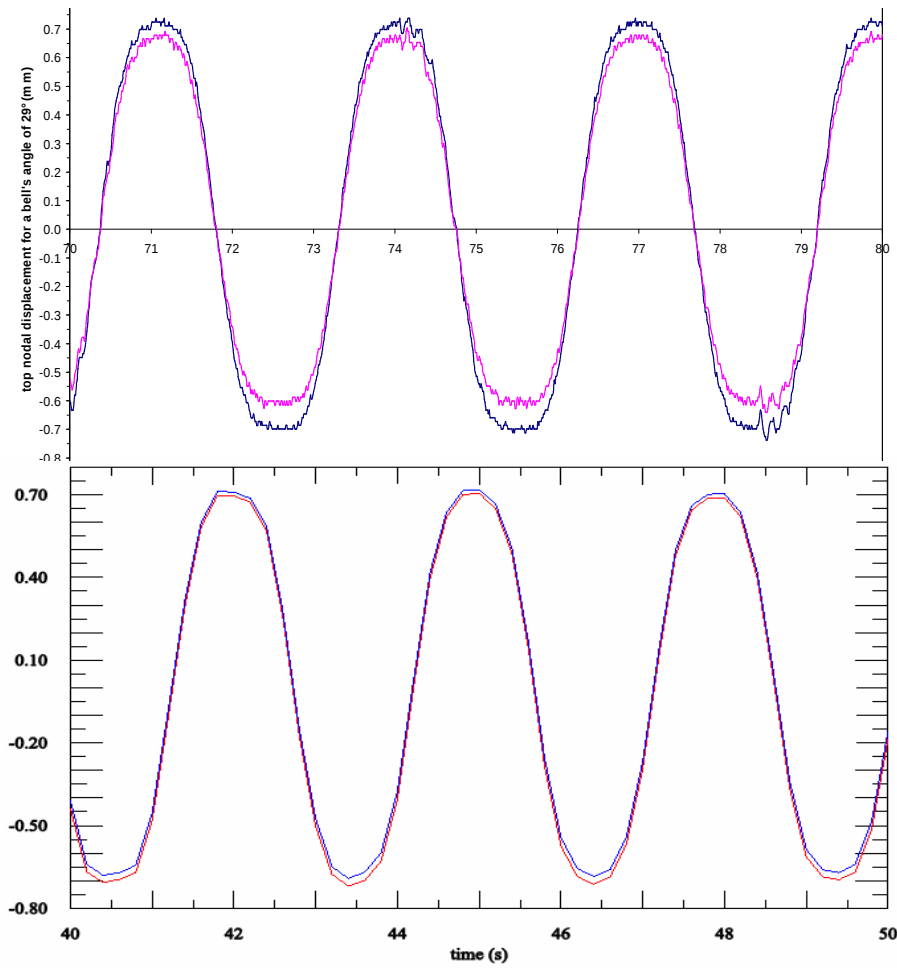


Figure 5. Comparaison du comportement global mesuré (en haut) et simulé (en bas) sur le haut des deux fermes centrales

Le modèle peut donc simuler le comportement du beffroi tant en cinématique qu'en amplitude.

7. Conclusion et extrapolation

La méthode de construction du modèle numérique présentée ici, a permis de définir un outil ayant de réelles capacités prévisionnelles du comportement du beffroi dont les nombreux paramètres mécaniques sont, la plupart, inconnus. Nous avons ainsi extrapolé l'utilisation de la cloche à sa capacité normale maximale d'utilisation (60°) : efforts sur les appuis, évolution des fréquences modales, déplacements maximaux et contraintes maximales ($\sigma < 1$ MPa et $\tau < 0,1$ MPa).

Une autre application de ce type de modèle, et non des moindres, est de pouvoir orienter le diagnostic *in situ*. Nous avons pu sonder les assemblages principaux identifiés numériquement, à l'aide d'un Resistograph[®] de façon à vérifier la présence et la qualité du tenon.

Les travaux en cours s'orientent vers l'analyse fiabiliste de ce type de structure, car c'est elle qui pourra paramétrer la réponse à la question récurrente (André *et al*, 2002) de la maîtrise d'ouvrage de tels bâtiments : quel est le niveau de sécurité ?

Les auteurs remercient le Ministère de la Culture et de la Communication pour avoir financé le projet AMOSSOP dont cette étude fait partie, et Christophe Bottineau, Architecte en Chef des Monuments Historiques pour sa participation à ce projet et son apport particulièrement enrichissant. Les auteurs remercient également les techniciens de l'US2B pour le développement puis la mise en œuvre de la métrologie originale : J.L. Daban-Haurou, Ph. Taris et S. Mattéo.

8. Bibliographie

- André N., Castéra P., Galimard P., « Introduction of probabilistic tools in the evaluation of wooden historical buildings », *Proc. 3rd World Conference on Structural Control*, 2002, pp 1127-1136.
- André N., Méthodologie d'analyse mécanique des structures bois du patrimoine – Application à la réhabilitation d'un beffroi, thèse de l'Université Bordeaux 1, 2003.
- Ceccotti A., « Structural evaluation of old timber structures », *International Conference on Conservation of Historic Wooden Structures*, 2005, Florence, Italy, Vol 1 pp 391-396.