
Influence d'une variation stochastique de l'humidité sur la durée de vie de poutres entaillées en bois

Myriam Chaplain* — Gérard Valentin* — Younes Aoues** — Alaa Chateaufort**

* Unité Sciences du Bois et des Biopolymères - UMR5103, Université Bordeaux 1 /CNRS/INRA

Domaine de l'Hermitage, 69 route d'Arcachon, 33612 Cestas Cedex.

chaplain@lrbb3.pierroton.inra.fr

** LGC – Université Blaise Pascal, Polytech' Clermont-Ferrand
BP 206, 63174 Aubière cedex

RÉSUMÉ. Sous des chargements permanents ou variables ainsi que lors de variations des conditions climatiques, les structures en bois subissent des évolutions pouvant conduire à la rupture. Compte tenu des modifications des conditions climatiques (température, humidité de l'air) qui pourront se produire les années futures, nous avons cherché à simuler stochastiquement des climats variables et parfois extrêmes afin de prévoir la tenue des structures bois. Dans l'étude présentée, seules les variations de l'humidité relative de l'air sont simulées, celles-ci ayant une plus grande influence que la température. La modélisation de durée de vie proposée permet de déterminer le temps d'incubation d'une fissure et le temps de sa propagation jusqu'à la rupture. La prise en compte de la teneur en eau du matériau bois est réalisée par l'intermédiaire de divers paramètres ajustés. Les prévisions de ce modèle sous divers scénarios d'humidité relative de l'air sont comparées aux résultats issus d'essais de rupture par fluage réalisés sous différentes conditions climatiques sur des poutres fléchies comportant une singularité (épaulement).

ABSTRACT. Under mechanical and various climatic conditions, timber beams display evolutions which can drive to the failure. A stochastic approach is used to predict the evolution of the air humidity in the future. The model presented in this paper firstly predicts the incubation time and secondly the time of crack propagation until the failure. Predictions of the proposed model for stochastic variations of air humidity are compared to creep test realized on bending of notched beams under various climatic conditions.

MOTS-CLÉS : durée de vie – fissuration – humidité relative - stochastique – teneur en eau - modélisation

KEYWORDS: duration of load – crack – relative air humidity – stochastic - moisture content - model

1. Introduction

Le bois est un matériau dont les propriétés mécaniques (élastiques, visqueuses, rupture) sont fortement dépendantes de sa teneur en eau, de ses variations et de sa température. La teneur en eau du bois dépend des caractéristiques matérielles intrinsèques mais également de l'humidité relative et de la température du milieu ambiant. Afin d'étudier la tenue dans le temps de structures bois dans leur environnement, il est essentiel de tenir compte des variations climatiques et en particulier des variations de l'humidité ambiante. L'influence de la température peut, dans ce cadre, être considérée comme plus faible et ne sera pas traitée ici. Le bois se déforme d'autant plus qu'il est également soumis à un chargement mécanique: ces déformations engendrent des contraintes puis des fissurations de la structure conduisant à une moins bonne tenue dans le temps (Chaplain et *al.* 2004) (Gustafsson et *al.*, 1998). Les mouvements d'eau au sein du matériau perturbent ses propriétés viscoélastiques et influencent donc son comportement différé. Compte tenu des variations climatiques qui pourront se produire les années futures, nous avons cherché à simuler l'influence de climats variables et parfois extrêmes afin de prévoir la rupture différée de structures bois.

2. Simulation des variations de l'humidité relative l'air HR

La modélisation des variabilités temporelles et spatiales fait appel à la notion de processus stochastique ; c'est le cas des changements climatiques et de l'évolution spatiale des caractéristiques du bois. Ces processus sont assimilés à une infinité de variables aléatoires indexées sur la coordonnée du paramètre déterministe considéré (ici le temps). En plus de la moyenne et de l'écart-type qui peuvent évoluer avec la variable d'indexation, les processus stochastiques se caractérisent par la fonction d'auto-corrélation, qui implique une certaine dépendance entre les points voisins du même processus. L'hygrométrie à un instant donné est corrélée à la valeur mesurée à l'heure précédente mais indépendante de la valeur de l'année précédente.

Plusieurs méthodes existent pour générer les processus : OLE, EOLE, Karhunen-Loève, chaos polynomial (Lemaire et *al.*, 2005). La méthode de Karhunen-Loève qui se base sur la décomposition spectrale de la fonction de covariance du processus possède l'avantage d'offrir de bons résultats tout en étant moins consommatrice en temps de calcul. Le processus décrivant l'humidité relative HR s'exprime ainsi :

$$HR(t) = \overline{HR}(t) + \sum_{i=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_i} \cdot \xi_i(t) \cdot f_i(t) \quad [1]$$

t représente la variable temps (réel positif), $\overline{HR}(t)$ est la moyenne du processus. $\xi(t)$ est un vecteur dont les composantes $\xi_i(t)$ suivent une loi normale centrée réduite. $f_i(t)$ est un élément de l'ensemble des vecteurs propres de la fonction de covariance et λ_i l'ensemble des valeurs propres de cette fonction.

Le modèle de simulation de l'humidité relative doit être aussi suffisamment complexe pour décrire au mieux la réalité. Il doit également permettre de prendre en compte plusieurs éléments représentatifs des prévisions d'évolution du climat. Le modèle mis au point génère des processus pour le jour et la nuit selon la saison et des processus saisonniers dans lesquels des périodes sèches ou humides peuvent être créées. Afin de limiter le nombre de calculs, l'année a été décomposée en deux saisons : une saison humide avec un niveau haut d'humidité relative de l'air (HR_{hum}) et une saison sèche (HR_{sec}). L'humidité relative de l'air est donc considérée comme un processus stochastique dont la trajectoire évolue autour de valeurs moyennes saisonnières. De même la journée est découpée en deux périodes auxquelles sont associées HR_{jour} et HR_{nuit} . Pour chaque jour, le couple de valeurs moyennes obtenues (HR_{jour} , HR_{nuit}) permettra de générer les processus journaliers appropriés à la saison.

L'humidité relative à un instant t dépend de celle à l'instant t_1 . Il est donc nécessaire que toutes ces valeurs soient corrélées entre elles. Au sein d'une même journée, les valeurs sont corrélées via le processus journalier. La corrélation avec les valeurs saisonnières se fait via les moyennes journalières. Lors de la création des processus, on peut déterminer la longueur de corrélation désirée. La corrélation entre les saisons n'a pas été faite, ceci permet d'avoir de plus grandes variations de la valeur de HR entre les différentes saisons.

Les données météorologiques de Clermont Ferrand consultées ont permis de fixer au début des simulations une humidité relative de l'air en moyenne annuelle de 65% avec divers scénarios : pas de variation de HR moyenne dans le futur, baisse de HR moyenne de 10% et de 20% en 50 ans, augmentation de HR moyenne de 10% en 50 ans. L'écart type entre HR_{hum} et HR_{sec} , humidité relatives des saisons, été fixé à 10% et celui entre les HR journaliers à 20%. Ces écarts types, en accord avec les relevés météorologiques, sont supposés fixes dans cette première approche. La figure 1a) présent un exemple de simulation stochastique de HR.

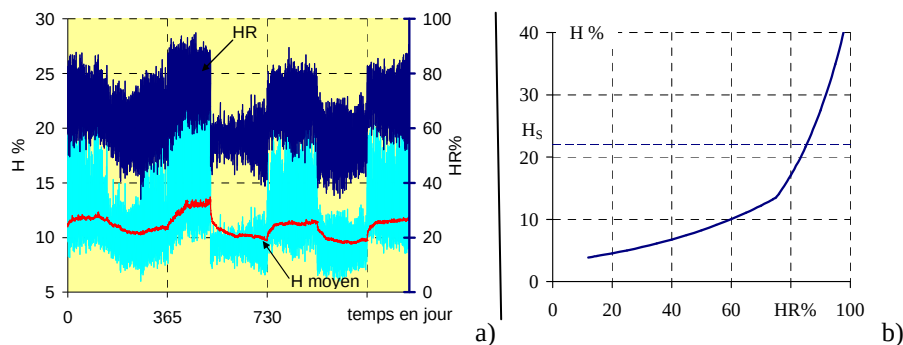


Figure 1. a) Evolution stochastique de l'humidité relative de l'air (HR) et évolution de la teneur en eau H en surface et en moyenne dans la poutre.
b) Courbe de sorption du matériau (à la température $T=20^{\circ}\text{C}$)

3. Passage de l'humidité relative de l'air à la teneur en eau du bois

La teneur en eau en surface est supposée être égale à la teneur en eau d'équilibre du matériau obtenue à partir de l'isotherme de sorption. Dans cette étude, nous utilisons l'isotherme de sorption d'un bois reconstitué : LVL (Laminated Veneer Lumber ou poutre en bois déroulé) obtenu par Lasserre (Lasserre, 2000) à la température de 20°C. Si l'humidité relative HR peut être décomposée en série de Fourier (fonction périodique) et dans le cas de sorption suivant une direction, nous pouvons approcher la valeur de la teneur en eau du bois à une profondeur z comme suit :

$$H(z) = \overline{H_{eq}} + \sum_i \exp\left(-\left(\frac{\pi f_i}{\Delta}\right)^{1/2} z\right) (\overline{H_{eq\ i}} - \overline{H_{eq\ i-1}}) \quad [2]$$

Avec $\overline{H_{eq\ i}}$ teneur en eau à l'équilibre moyenne pour la période de rang i ($H(z=0)$), f_i : fréquence de la période i , Δ coefficient de sorption. En pratique, la teneur en eau $H(z)$ peut être déterminée pour 4 périodes: $i=1$: année; $i=2$: saison (3 mois); $i=3$: mois (30,5 jours); $i=4$: semaine (7 jours).

Dans cette étude, HR n'est pas une fonction strictement périodique mais la valeur moyenne l'est. La relation [2] est donc utilisée pour déterminer la teneur en eau dans une poutre à épaulement (Figure 2). L'absorption dans le LVL se fait principalement suivant la direction transversale, parallèlement aux plis de colle. La valeur de Δ est prise égale à $20 \cdot 10^{-11}$ m²/s. La figure 1 présente la courbe de sorption obtenue ainsi que les évolutions de teneur en eau en surface et moyenne dans la poutre étudiée.

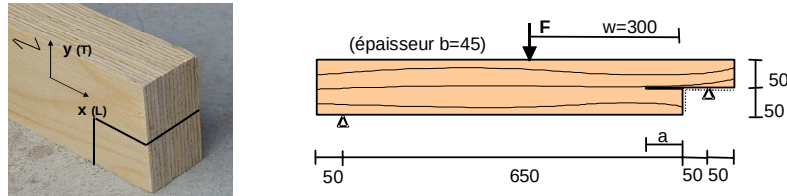


Figure 2. Géométrie d'une poutre entaillée en LVL (dimension en mm)

4. Modèle de rupture viscoélastique (VCM)

La modélisation de la durée de vie utilisée repose sur la superposition de deux mécanismes: une phase d'incubation conduisant à la création d'une « macro-fissure » et une phase de propagation de cette fissure. Ce modèle développé à l'USBB est nommé VCM (viscoelastic crack model) (Chaplain et al., 2004, Chaplain et al., 2007). La phase d'incubation est traduite par un modèle d'endommagement et la phase de propagation par un modèle de fissuration cohésive dans un milieu orthotrope viscoélastique.

4.1. Formulation du modèle

L'état d'endommagement est caractérisé par une variable D variant de zéro lorsque le matériau est « vierge » à la valeur D_{cr} (<1) lorsqu'une (macro) fissure apparaît. Le modèle à cumul de dommage non linéaire proposé par Barrett et Foschi (Barrett et *al.*, 1978) pour le bois, a été retenu dans un premier temps pour modéliser l'initiation:

$$\frac{dD(t)}{dt} = A \left(\frac{F(t) - F_o}{F_s} \right)^B + C \cdot D(t) \quad \text{si } F(t) > F_o, \quad \frac{dD(t)}{dt} = 0 \quad \text{si } F(t) \leq F_o \quad [3]$$

A , B , C et F_o sont des paramètres du modèle, F_o représente le seuil d'endommagement et F_s la résistance de l'élément considéré. Le rapport $F_o/F_s = SL_o$ représente le niveau de charge au seuil d'endommagement.

La modélisation de la propagation a été développée à partir du modèle de Schapery (Brockway et *al.*, 1978) qui considère une zone endommagée en pointe de fissure, et l'hypothèse d'un milieu orthotrope viscoélastique linéaire. L'évolution de la vitesse de fissuration est donnée par la relation [5], les détails sur la détermination de cette formule étant développés dans (Chaplain et *al.*, 2007).

$$\frac{da}{dt} = \frac{\pi}{2} \left[\frac{C_2 \lambda_n}{(K_{lc}^2 - K_I^2)} \right]^{1/n} \frac{K_I^{2(1+1/n)}}{(\sigma_m I_1)^2} \quad [4]$$

$K_I(a)$ est le facteur d'intensité de contrainte en mode I, fonction de la longueur de fissure a . K_{lc} : facteur d'intensité de contrainte critique du matériau. $\sigma_m I_1$ traduit la distribution de contraintes cohésives en fond de fissure. Le paramètre λ_n est une fonction de la viscosité du matériau. $\kappa^v(t)$ représente la fonction de souplesse équivalente réduite pour le mode I ; elle peut s'exprimer sous la forme d'une loi puissance à 3 paramètres :

$$\kappa^v(t) = C_o \cdot (1 + C_2 t^n) \quad [5]$$

C_o , C_2 et n sont des coefficients obtenus à partir des raideurs viscoélastiques du matériau.

L'équation [5] est intégrée numériquement, elle permet de déterminer le temps à rupture atteint lorsque $K_I = K_{lc}$ (la vitesse de fissuration devient infinie lorsque K_I approche de la valeur de K_{lc}). Afin de résoudre l'équation [5], il faut connaître la relation liant le facteur d'intensité de contrainte K_I de la structure considérée et la longueur de fissure a . Dans la formulation du modèle VCM, ces paramètres sont des fonctions de la teneur en eau H de l'élément.

4.2. Paramètres du modèle

Des valeurs des paramètres du modèle ont été obtenues expérimentalement pour deux teneurs en eau H du LVL ($H=9\%$ et 20%). Pour la modélisation de l'initiation, la prise en compte de la teneur en eau est réalisée uniquement à travers la valeur du niveau de seuil d'endommagement $SL_o = F_o/F_s$, F_s étant la résistance estimée de l'élément fixée, dans cette étude, à une teneur en eau $H_{ref}=20\%$. SL_o est pris égal à 0,60 pour $H=20\%$ et $SL_o=0,55$ pour $H=9\%$; il a été en effet observé que l'endommagement (l'incubation) se produisait plus rapidement pendant les périodes sèches (Chaplain et *al.*, 2004). Ces valeurs sont tirées de résultats d'essais réalisés à court terme à l'USBB. Les paramètres A , B et C sont calés sur les résultats expérimentaux à H_{ref} . Dans le cas des poutres à épaulement, un calcul par éléments finis a permis de déterminer la valeur de $D_{cr}=0,01$; cette valeur paraît indépendante de la teneur en eau du bois.

Les valeurs des paramètres du modèle de propagation ont été déterminées expérimentalement pour deux teneurs en eau à partir d'essais de caractérisation du LVL (fluage, fissuration...). Leurs valeurs sont présentées dans le tableau 1.

H (%)	A [h^{-1}] . 10^{14}	B	C [h^{-1}]	SL_o	C_2 [s^{-n2}]	n	λ_n	$\sigma_m I_1$ [MPa]	K_{Ic} [MPa $\sqrt{mm}$]
9	2,11	30	0,075	0,55	$9,51 \cdot 10^{-3}$	0,41	0,63	67	23
20	2,11	30	0,075	0,60	$1,41 \cdot 10^{-2}$	0,38	0,64	60	19

Tableau 1. Valeurs des paramètres du modèle VCM utilisées dans les simulations.

Le facteur de contrainte K_I caractérise un élément fissuré de dimension non infinie. La relation entre K_I , l'effort appliqué F , l'épaisseur b de l'élément testé et la longueur a de la fissure s'écrit sous la forme:

$$K_I = \frac{F}{b\sqrt{w}} g\left(\frac{a}{w}\right) \quad [6]$$

w est une dimension caractéristique de la poutre; g est une fonction de correction adimensionnelle. Elle dépend du mode de rupture, de la forme de l'élément, des propriétés élastiques du matériau et de la longueur de fissure. Un calcul par éléments finis a permis d'obtenir les expressions de g pour deux teneurs en eau H ($H=9\%$ et 20%). Les évolutions de g sont présentées dans (Chaplain et *al.*, 2004).

Lorsque HR varie, tous les paramètres sont supposés varier linéairement avec la teneur en eau moyenne dans le bois (variation déduite des valeurs du tableau 1). Le fond de la fissure étant supposé à la teneur en eau de surface, on a considéré que $\sigma_m I_1$ (forces de cohésion) variait linéairement avec celle-ci. Si la teneur en eau dépasse la teneur en eau de saturation (ici fixée à $H_s=22\%$), les paramètres prennent les valeurs correspondant à la teneur en eau de saturation.

5. Résultats et discussion

Tout d'abord, les prévisions du modèle VCM dans le cas où la poutre est à teneur en eau constante sont comparées à des résultats expérimentaux. Nous constatons figure 3a) que le modèle donne des résultats satisfaisants tant pour $H=9\%$ que pour $H=20\%$, compte tenu des imprécisions sur la détermination du niveau de charge SL. Ensuite, un millier de scénarios stochastiques d'humidité relative sont effectués pour plusieurs niveaux de charge et intégrés dans le modèle VCM. Ainsi, l'ensemble des simulations de HR permet d'obtenir la distribution probabiliste de la durée de vie des poutres entaillées. Sur la figure 3a) sont présentées les valeurs extrêmes et moyennes de durée de vie observées : l'humidité relative moyenne de l'air étant proche de 65% dans nos simulations, la teneur en eau moyenne dans le bois est voisine de 11%, ce qui explique la proximité des prévisions à $H=9\%$. Les dispersions des temps à rupture sont assez importantes : par exemple, d'après nos simulations pour le niveau de charge $SL=0,9$, la rupture peut se produire pour des temps compris entre 6 et 36 jours.

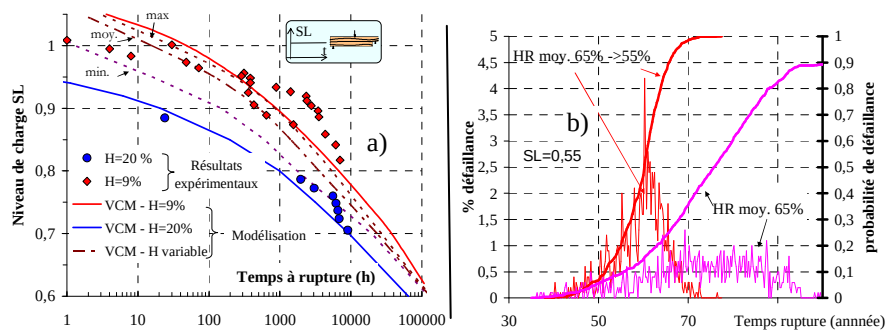


Figure 3. a) Temps à rupture expérimentaux et prévisions du modèle
b) Courbes de défaillance et de probabilité de défaillance pour 2 climats : HR stable en moyenne sur l'année (=65%) – HR année chute de 65% à 55% en 50 ans.

Pour se rendre compte des dispersions des temps de rupture, la probabilité de défaillance des poutres a été calculée pour un niveau de charge de 55%, valeur généralement recommandée pour le dimensionnement à long terme (figure 3b). Sous cette charge, si l'humidité moyenne annuelle reste égale à 65%, la probabilité de défaillance est de 5,6% à 50ans et de 36% à 60 ans. Si l'humidité moyenne passe de 65% à 55% en 50 ans, la probabilité de défaillance devient 6,8% à 50 ans et 47% à 60 ans. Une telle différence entre les probabilités de défaillance est due à la phase d'endommagement : lors de nos simulations la teneur en eau moyenne de la poutre est qu'occasionnellement inférieure à 9% or, si H reste supérieure à 9%, la durée de vie est théoriquement « infinie » sans création de fissure puisque le seuil d'endommagement n'est pas atteint. Ce serait le cas si l'humidité croissait dans le futur. Par contre, une période sèche va favoriser la création d'une macro fissure et une période humide va par la suite favoriser la propagation de cette fissure.

6. Conclusion

La teneur en eau influence le temps à rupture des structures bois. Dans le cas d'une rupture par fissuration d'une poutre à épaulement, les temps d'initiation et de propagation de la fissure jusqu'à la rupture ont été distingués. Il est apparu expérimentalement que plus la teneur en eau est faible, plus le temps d'initiation de la fissure est faible et plus le temps de propagation est long. Globalement, pour un niveau de charge donné, nous avons observé un temps à rupture un peu plus élevé sous les teneurs en eau les plus faibles. Le modèle proposé permet d'obtenir des prévisions satisfaisantes au regard des résultats expérimentaux dont nous disposons.

Les simulations de Monte Carlo couplées à la méthode de Karhunen-Loève ont permis de générer un grand nombre de scénarios d'humidité relative de l'air afin de prévoir l'évolution future du climat. Pour chaque simulation, la durée de vie est évaluée par le modèle VCM pour différents niveaux de charge. Ainsi, l'ensemble des tirages permet d'obtenir la distribution probabiliste de la durée de vie des poutres à épaulement. D'après ces simulations, si, dans le futur, l'humidité relative de l'air baisse, cela conduira à des durée de vie plus longues, avec risque d'endommagement (apparition de micro fissures) mais avec une propagation très lente voire nulle. Il faut cependant modérer ces conclusions: en effet, la température n'a pas été intégrée dans cette étude. Bien que HR soit incontestablement le paramètre influençant le plus la teneur en eau du bois, la température de l'air joue aussi un rôle en modifiant la teneur en eau et la température interne de la poutre et donc ses propriétés mécaniques.

7. Bibliographie

- Barrett J.D., Foschi R.O., « Duration of load and probability of failure in wood. Part I. Modelling creep rupture », *Can. J. Eng.*, vol. 5, 1978, p. 505-514.
- Brockway G.S, Schapery R.A., « Some viscoelastic crack growth relations for orthotropic and prestrained media. » *Engineering Fracture Mechanics*, vol. 10, 1978, p. 453-468.
- Chaplain M., Valentin G., « Fracture mechanics models applied to LVL beams delayed failure », *Holz als Roh- und Werkstoff*, vol. 65 (1), 2007, p. 7-16.
- Chaplain M., Valentin G., « From the initiation to the crack propagation in timber beams under various RH conditions. », *Proceeding of the third international Conference of the ESWM*, Villa Real, Portugal, 2004, p.287- 294.
- Gustafsson P.J., Hoffmeyer P., Valentin.G., « DOL behaviour of end-notched beams», *Holz als Roh - und Werkstoff*, vol. 56, 1998, p.307-317.
- Lemaire M., Chateauneuf A., Mitteau J.C., « Fiabilité des structures : couplage mécano-fiabiliste statique », Lavoisier, 2005.
- Lasserre B., Modélisation thermo-hygro-mécanique du comportement différé de poutres de structure en bois, Thèse de doctorat, Université Bordeaux 1, 2000.