

---

# Analyse de la stabilité des fondations superficielles par méthodes probabilistes

<sup>1</sup>M<sup>elle</sup> Bencheikh Messaouda & <sup>2</sup>Dr. Belabed Lazhar

<sup>1</sup> Département de Génie Civil, Université de Jijel, Jijel, Algérie.

<sup>1</sup> Département de Génie Civil, Université de Guelma, Guelma, Algérie.

---

**RESUME** : Les fondations superficielles sont largement utilisées dans le domaine de la construction. L'étude de leur stabilité en particulier vis-à-vis au poinçonnement constitue un aspect primordial dans le but de construire des fondations et même des ouvrages plus fiables et économiques. Dans ce papier, on propose une analyse probabiliste de la stabilité des fondations superficielles vis-à-vis au poinçonnement basée sur le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité. Ce nouveau concept prend en considération le caractère aléatoire des paramètres d'influence (géométrie, sol, surcharge), en particulier des paramètres de cisaillement du sol. Une comparaison de cette analyse probabiliste avec des analyses conventionnelles basées sur le concept global de sécurité est effectuée (Exemple : Concept Français et Allemand).

**ABSTRACT**: The shallow foundations are largely used in the field of construction. The study of their stability in particular opposite to punching constitutes a paramount aspect with an aim of building foundations and even works more reliable and economic. In this paper, one proposes a probabilistic analysis of the stability of the shallow foundations opposite to punching based on the new concept statistico-probabilist of safety. This new concept takes into account the randomness of the parameters of influence (geometry, ground, overload), in particular of the parameters of shearing of the ground. A comparison between this probabilistic analysis and conventional analyses based on the total concept of safety is carried out (Example: French concept and German).

**MOTS-CLES** : Fondations superficielles, Capacité portante, Stabilité, Probabilité de rupture, Indice de sécurité

**KEYWORDS**: Shallow foundations, bearing Capacity, Stability, Probability of rupture, Index of safety.

---

## 1. Introduction

Depuis longtemps, on construisait des fondations et des ouvrages stables en augmentant la section des éléments constituant cet ouvrage, et ceci à travers l'utilisation de facteurs de sécurité globaux empiriques déterminés arbitrairement par expérience. Par conséquent, on reçoit souvent des constructions surdimensionnées. La nécessité de construire des ouvrages plus fiables, économiques et esthétiques à amener les ingénieurs à développer un nouveau concept de sécurité basé sur la théorie de la probabilité qui devrait satisfaire à ces exigences. Et ceci à travers l'utilisation de facteurs partiels de sécurité, dérivés stochastiquement avec des méthodes probabilistes pour couvrir la dispersion aléatoire des paramètres influant sur la stabilité de l'ouvrage au lieu d'un facteur global de sécurité. La sécurité du système est exprimée par la probabilité de rupture  $P_f$  ou par l'indice de sécurité  $\beta$  ([1], [2], [3], [9]). Ce nouveau concept est connu sous le nom " *concept statistico-probabiliste de sécurité*". Le nouveau concept de sécurité permet une comparaison objective et rationnelle des différents modes de rupture d'une structure et même des différentes structures à travers un indice de sécurité homogène et invariable. Ce qui n'est pas le cas pour le concept conventionnel. L'objectif de ce travail est l'étude dans un premier temps de la stabilité des fondations superficielles vis-à-vis au poinçonnement d'après le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité (Eurocode 7 [7] et DIN1054.100 [6]) . Une étude comparative avec le concept global conventionnel de sécurité a été effectuée pour valoriser l'analyse probabiliste.

L'étude de la stabilité de tout ouvrage en Génie civil, en particulier Géotechnique (Fondations, Mur de soutènement.....), doit se faire dans l'ordre suivant:

### A - Modèles mécaniques

Recherche des différents modèles mécaniques caractérisant les différentes possibilités de rupture

Formulations des équations d'état limite d'équilibre correspondant à ces modèles.

### B - Etude paramétrique

Etude déterministe: Dimensionnement de l'élément ou de l'ouvrage.

Etude probabiliste: Calcul de l'indice de sécurité  $\beta$  ou de la probabilité de rupture  $P_f$  .

## 2. Modèles mécaniques

Pour la modélisation mécanique de la rupture des fondations superficielles par poinçonnement, on trouve dans la littérature plusieurs méthodes qui sont en général inspirés de la théorie classique de Prandtl.

### 2.1. Semelles filantes

On considère le cas d'une semelle filante de largeur  $B$ , enterrée dans le massif à une profondeur  $D$ . Trois cas de charge ont été analysés:

#### 2.1.1 Charge verticale centrée

L'équation d'état limite générale donnant la contrainte limite de rupture est :

$$q_L = \gamma \cdot \frac{B}{2} \cdot N_\gamma + \gamma \cdot D \cdot N_q + c N_c \quad [1]$$

Les trois coefficients  $N_\gamma$ ,  $N_q$  et  $N_c$  ne dépendent que de l'angle de frottement interne  $\phi$ , on les appelle: les facteurs de capacité portante ou de portance .

$\gamma$  : Poids volumique du sol,  $c$ : cohésion du sol,  $N$  : charge appliquée à la semelle.

Le Tableau 1 regroupe les formules de calcul de ces trois facteurs suivant les concept conventionnels Français et Allemand ainsi que le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité.

Tableau 1. Facteurs de capacité portante

| Facteurs de portance<br>Concept           | $N_\gamma$            | $N_c$               | $N_q$                                                           |
|-------------------------------------------|-----------------------|---------------------|-----------------------------------------------------------------|
| Concept conventionnel Français (DTU13.12) | $1.85(N_q - 1)tg\phi$ | $\cot\phi(N_q - 1)$ | $tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)e^{\pi tg\phi}$ |
| Concept conventionnel Allemand            | $2(N_q - 1)tg\phi$    | $\cot\phi(N_q - 1)$ | $tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)e^{\pi tg\phi}$ |
| Nouveau concept statistico probabiliste   | $2(N_q - 1)tg\phi$    | $\cot\phi(N_q - 1)$ | $tg^2\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2}\right)e^{\pi tg\phi}$ |

### 2.1.2 Charge verticale excentrée

Des essais sur modèles réduits ont montré en effet qu'en milieu pulvérulent le coin qui se crée sous la fondation à la rupture garde la même forme que pour une charge verticale centrée, mais que ses dimensions se réduisent de manière à ce que la ligne d'action de la charge et l'axe de symétrie du coin coïncident. Dans le cas d'une semelle filante supportant une charge verticale excentrée suivant B, Meyerhof ([5], [8]) a proposé d'attribuer à cette semelle *une largeur fictive*, centrée sur la charge:  $B' = B - 2e$ , Avec :  $e$  = excentricité de la charge. L'équation d'état limite générale correspondant est :

$$Q_L = q_L A = B \left[ (1 - 2e)^2 \gamma \frac{B}{2} N_\gamma + (1 - 2e) \gamma N_q + (1 - 2e) c N_c \right] \quad [2]$$

Avec  $A$  = surface de la semelle. Cette équation est valable pour tous les concepts.

### 2.1.3 Charge centrée inclinée

L'inclinaison de la charge diminue fortement la capacité portante des fondations. Meyerhof ([5], [8]) a également résolu le problème de manière approchée en introduisant dans les trois termes de l'expression de la pression de rupture des coefficients correcteurs d'inclinaison  $i_q$ ,  $i_c$  et  $i_\gamma$  [3],[5]. L'équation d'état limite générale est:

$$q_L = \frac{1}{2} \gamma B i_\gamma N_\gamma(\phi) + \gamma D i_q N_q(\phi) + c i_c N_c(\phi) \quad [3]$$

$i_q$ ,  $i_c$ ,  $i_\gamma$  : Coefficients correcteurs d'inclinaison dépendant de l'inclinaison de la charge  $\delta$  et de  $\phi$ .

## 2.2 Semelles carrées

Pour tenir compte de la forme de la semelle, on utilise la formule donnant la capacité portante de la semelle filante (Eq. 1), en affectant chacun des trois facteurs de capacité portante des coefficients correcteurs ( $S_q$ ,  $S_c$  et  $S_\gamma$ ) choisis de manière empirique, par suite des résultats d'essais de laboratoire et des constatations faites sur la capacité portante de semelles réelles[3],[5].

## 3. Etudes paramétriques

En déterminant la largeur  $B$  minimale vérifiant juste l'équilibre limite du système

### 3.1. Concept conventionnel Français (DTU13.12)

$$q_{réel} \leq q_{ad} \quad [4]$$

$q_{réel}$  : La contrainte réelle appliquée à la fondation.;  $q_{ad}$  : la contrainte admissible.

La contrainte admissible est la contrainte limite appliquée à la fondation divisée par un coefficient global de sécurité désigné par  $F_s$  pris égal 3.

$$q_{ad} = \gamma D + \frac{\gamma \frac{B}{2} N_\gamma + \gamma D (N_q - 1) + c N_c}{F_s} \quad [5]$$

Le coefficient de sécurité n'est pas pris sur le poids des terres.

### 3.2. Concept conventionnel Allemand

$$\frac{V_b}{V} \geq \eta \quad \text{Avec} \quad V_b = q_L A \quad [6]$$

Tel que :

$A$  : Surface de la semelle ;  $\eta$  : Facteur global de sécurité pris égal 2.

$V_b$  : charge limite appliquée à la fondation. ;  $V$  : Les charges extérieures appliquées sur la fondation y compris poids propre.

### 3.3. Nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité

D'après Eurocode 7 [7] et DI N 1054.100 (Normalisation Allemande) [6] les sollicitations sont majorées et les résistances minorées de telle sorte que :

$$R_d - N_d \geq 0 \quad [7]$$

Tel que :

$R_d$  : résistance de calcul ou capacité portante de calcul.

$N_d$  : Sollicitation (charge) de calcul appliquée à la fondation, tenant compte d'éventuels coefficients pondérateurs des charges (généralement supérieurs à 1).

D'après le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité, le dimensionnement des fondations superficielles doit se faire en deux états limites ultimes 1B et 1C pour déduire l'état le plus critique.

Pour la définition des états limites et les valeurs des facteurs partiels de sécurité, voir Eurocode7 [7] et DIN 1054.100 [6]. Dans l'état limite ultime 1B les facteurs

partiels de sécurité sont appliqués sur les forces, alors que dans l'état limite ultime 1C [7] ils sont appliqués sur les paramètres du sol ( $\gamma$ ,  $\phi$  et  $c$ ).

### **ELU 1B :**

Les facteurs de sécurité partiels sont appliqués sur les forces.

La capacité portante de calcul est calculée par :

$$R_d = \frac{Q_L}{\gamma_S} \quad \text{Avec } Q_L = q_L A \quad [8]$$

$Q_L$  : capacité portante caractéristique calculée avec les paramètres caractéristiques du sol.

$\gamma_S$  : Facteur partiel de sécurité d'après DIN 1054.100 [6],[7].

La sollicitation ou la charge de calcul est calculée par la combinaison :

$$N_d = \gamma_{Gsup} N_G + \gamma_{Qsup} N_Q \quad [9]$$

$N_G$  : sollicitation permanente, ;  $N_Q$  : sollicitation variable.

$\gamma_{Gsup}$  : facteur partiel de sécurité pour les sollicitations permanentes défavorables [7].

$\gamma_{Qsup}$  : facteur partiel de sécurité pour les sollicitations variables défavorables [7].

### **ELU1C**

Les facteurs partiels de sécurité sont appliqués sur les paramètres du sol ( $\gamma$ ,  $c$ ,  $\phi$ ).

La capacité portante de calcul est calculée avec les paramètres de calcul du sol :

$$R_d = Q_L (\phi_d, c_d, \gamma_d) \text{ et } c_d = \frac{c_K}{\gamma_c} \text{ et } tg \phi_d = \frac{tg \phi_K}{\gamma_\phi} \quad [10]$$

La dispersion du poids spécifique du sol  $\gamma$  est très petite, c'est pourquoi on prend  $\gamma_\gamma = 1.00$ .

## **3.2. Calcul de l'indice de sécurité :**

Calcul de la probabilité de rupture  $P_f$  ou de l'indice de sécurité  $\beta$  correspondant à chaque dimension B.

Le but de cette étude paramétrique est le dimensionnement des fondations superficielles d'après le concept global conventionnel de sécurité (Français et Allemand) et le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité (Eurocode7 [7] et

DIN1054.100 [6]), afin de trouver le concept le plus fiable et le plus économique. Différents cas ont été étudiés en variant plusieurs paramètres de calcul :

Différents types de sol (sols cohérents et pulvérulents).

Différents types de fondations superficielles (semelles filantes, semelles carrées).

Intensité et point d'application des charges (charge verticale centrée, charge verticale excentrée et charge inclinée).

Données statistiques des paramètres aléatoires (coefficient de variation, fonction de distribution,.....etc.).

Les calculs sont faites avec des sols, combinaisons  $\phi$ -c, relativement typiques dans la Mécanique des sols

**Tableau 2.** Caractéristiques mécaniques du sol [1].

|                        |    |    |    |    |    |
|------------------------|----|----|----|----|----|
| $\phi[^\circ]$         | 40 | 35 | 30 | 25 | 20 |
| c [kN/m <sup>2</sup> ] | 0  | 5  | 10 | 20 | 35 |

Dans ce travail le calcul de l'indice de sécurité  $\beta$  ou la probabilité de rupture  $P_f$  se fait itérativement en utilisant un logiciel de calcul "ZUVAN" basé sur la théorie de fiabilité de premier ordre ([2], [3]).

On doit d'abord implanter dans ce programme l'équation d'état limite pour chaque cas étudié et ensuite calculer itérativement l'indice de sécurité  $\beta$  ou la probabilité de rupture  $p_f$  correspondant à la largeur minimale B calculée auparavant. En outre, on a étudié l'influence de variation du coefficient de variation de l'angle de frottement interne  $\phi$  sur l'indice de sécurité  $\beta$ . On admet que les valeurs caractéristiques des paramètres de base aléatoires sont des valeurs moyennes.

Les paramètres déterministes utilisés dans le calcul sont regroupés dans le Tableau 5.

**Tableau 3.** Caractéristiques de la semelle.

| Paramètre                                      | Valeurs             |
|------------------------------------------------|---------------------|
| Encastrement de la semelle D                   | 2.5 m               |
| Hauteur de la semelle h                        | 0.5 m               |
| Largeur du poteau ou du mur b                  | (0.2 - 0.4) m       |
| Poids volumique du béton $\gamma_{\text{bét}}$ | 24kN/m <sup>3</sup> |
| Largeur de la semelle B                        | -                   |

**Tableau 4.** Résume les variables aléatoires et leurs propriétés statistiques.

| Paramètre                                                                          | Type de distribution | Coefficient de variation [%] | Valeur moyenne |
|------------------------------------------------------------------------------------|----------------------|------------------------------|----------------|
| $\phi$ [°]                                                                         | LN, $\tau = \phi/2$  | 7.5 – 10                     | 20-40          |
| c [kN/m <sup>2</sup> ]                                                             | LN, $\tau = 0$       | 25                           | 0-35           |
| $\gamma$ [kN/m <sup>3</sup> ]                                                      | N                    | 5                            | 20             |
| N [kN/ml]                                                                          | N                    | 10                           | 290,400 et 800 |
| $\tau$ : valeur de départ, N : distribution normale, LN : distribution Log Normale |                      |                              |                |

#### 4. interprétation des résultats

Les résultats des études paramétriques des principaux cas étudiées sont représentés dans les tableaux et les figures ci-dessous. Pour les résultats de tous les cas rapporter à [6].

##### 4.1. Semelle filante, charge verticale centrée

###### N=290 kN/ml

**Tableau 5.** Largeur de la semelle B [m] en fonction de  $\phi$  et c.

| b=0.2m                                        |      |      |       |       |       |
|-----------------------------------------------|------|------|-------|-------|-------|
| $\phi$ [°]/c [kN/m <sup>2</sup> ]<br>Concepts | 40/0 | 35/5 | 30/10 | 25/20 | 20/35 |
| E.L.U 1B                                      | 0.17 | 0.29 | 0.45  | 0.6   | 0.72  |
| E.L.U 1C                                      | 0.25 | 0.5  | 0.6   | 0.68  | 0.68  |
| C- Français                                   | 0.26 | 0.39 | 0.69  | 0.89  | 1.0   |
| C.Allemand                                    | 0.18 | 0.27 | 0.5   | 0.63  | 0.73  |

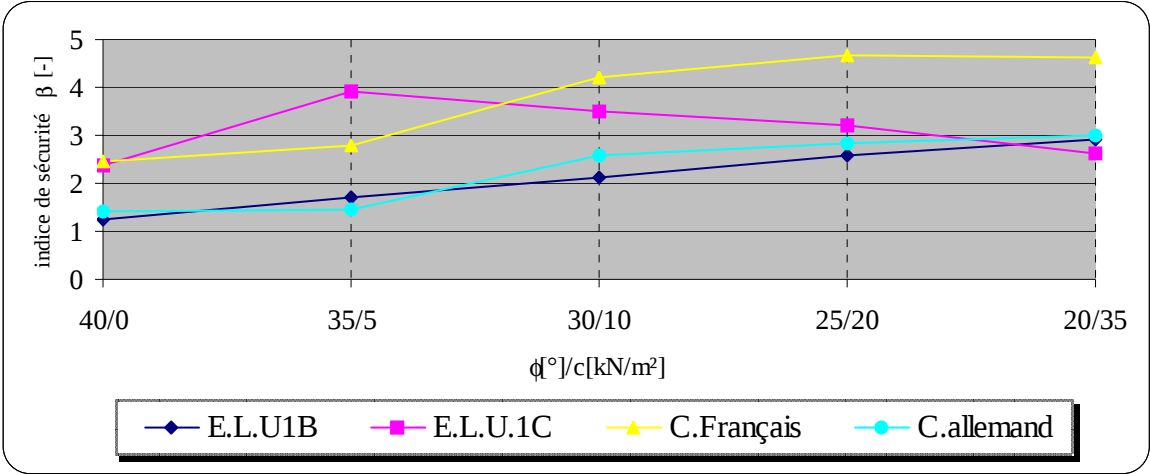


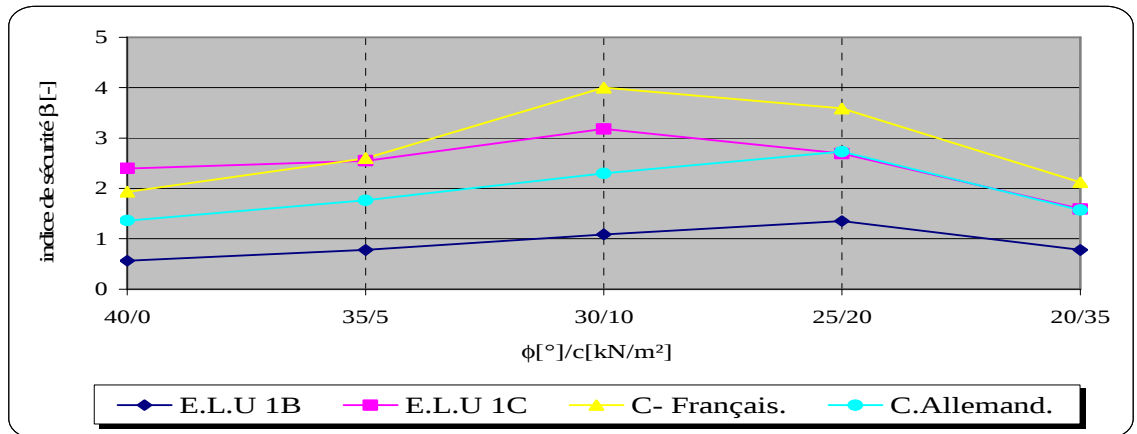
Figure1. Indice de sécurité  $\beta$  [-] en fonction de  $\phi$  et  $c$  ( $V_\phi = 10\%$ ).

4.2. Semelle filante, charge centrée inclinée

N=400 kN/ml

Tableau 6. Largeur de la semelle B [m] en fonction de  $\phi$  et  $c$ .  
b=0.2 m

| $\phi [^\circ]/c [kN/m^2]$ | 40/0 | 35/5 | 30/10 | 25/20 | 20/35 |
|----------------------------|------|------|-------|-------|-------|
| Concepts                   |      |      |       |       |       |
| E.L.U 1B                   | 0.25 | 0.43 | 0.70  | 0.96  | 1.21  |
| E.L.U 1C                   | 0.50 | 0.73 | 1.15  | 1.29  | 1.58  |
| C- Français                | 0.43 | 0.74 | 1.35  | 1.54  | 1.84  |
| C.Allemand                 | 0.35 | 0.59 | 0.95  | 1.30  | 1.57  |



**Figure2.** Indice de sécurité  $\beta$  [-] en fonction de  $\phi$  et  $c$ .

Ces études nous ont permis de tirer des connaissances et des renseignements très utiles pour la pratique comme pour la théorie :

Les largeurs des semelles et les indices de sécurité  $\beta$  sont liés directement à l'intensité des charges; ils augmentent avec l'augmentation de l'intensité de la charge  $N$  et diminuent dans le sens contraire.

Le concept conventionnel Français donne généralement des largeurs de semelles  $B$  et des indices de sécurité  $\beta$  plus grandes par rapport aux autres concepts de calcul; c'est-à-dire le concept conventionnel Français sous-estime beaucoup la capacité portante de la fondation par rapport aux autres concepts, et cela à cause de l'utilisation d'un facteur global de sécurité plus grand ( $F=3$ ), ainsi que des formules différentes pour le calcul des facteurs de portance de forme et d'inclinaison. L'état limite ultime 1B donne des largeurs de semelles plus petites par rapport au concept conventionnel français (différence de 1.10 m).

L'inclinaison et l'excentricité de la charge diminuent fortement la capacité portante des fondations superficielles. en consequence, on obtient des fondations plus larges, les résultats sont données en détaille dans le travail de Bencheikh [3].

## 5. Conclusions

La vérification de la stabilité des fondations superficielles vis-à-vis au poinçonnement se fait toujours en appliquant un coefficient global de sécurité  $F=2$  ou 3 sur la charge limite calculée par la théorie de Prandtl. Dans ce travail on a présenté une analyse du problème basée sur la théorie probabiliste en appliquant des facteurs partiels de sécurité sur les forces (E.L.U 1B) ou sur les paramètres du sol (E.L.U1C).

Une étude comparative au moyen du nouveau concept probabiliste comme outil de comparaison, avec les concepts conventionnels Français et Allemand a été effectuée.

Les résultats ont montré que le concept conventionnel Français sous-estime beaucoup la stabilité, en donnant les plus grandes semelles et plus grands indices de sécurité  $\beta$  à cause des hypothèses de calcul différents des autres concepts. Au contraire le nouveau concept statistico-probabiliste donne les plus petites valeurs.

Ces études ont permis de soulever la différence entre deux concepts de calculs différents, le concept Allemand et Français. Une semelle soumise aux mêmes conditions peut être stable d'après le concept Allemand ( $\eta = 2$ ) et instable d'après le concept Français ( $F=3$ ) et cela à cause de l'introduction de deux coefficients globaux de sécurité différents. Pour éliminer ces différences il faut développer une théorie générale commune pour le calcul des fondations. Le calcul aux états limites (nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité) a été introduit pour répondre à ce besoin.

En fin, on peut conclure que, le nouveau concept statistico-probabiliste de sécurité offre beaucoup d'avantages par rapport à l'ancien concept de sécurité conventionnel (concept Français et Allemand) pour le dimensionnement des ouvrages de génie civil en général, et de géotechnique en particulier :

*IL* permet une étude objective et rationnelle des différents problèmes de génie civil.

*IL* permet une comparaison objective des différents ouvrages et des différents problèmes de stabilité dans un ouvrage ou dans différents ouvrages à travers un indice de sécurité  $\beta$  ou d'une probabilité de rupture  $P_f$  homogène pour chaque ouvrage.

Le calcul aux états limites est un outil de base pour le calcul et l'évaluation des structures de génie civil et un moyen d'uniformiser les codes et les normes traitant le calcul des structures, en remplaçant les facteurs globaux de sécurité par des facteurs partiels de sécurité dérivés stochastiquement.

## 6. Bibliographique

- [1] Belabed, L. : Murs de soutènement ancrés « Modélisation de la rupture le long de la surface de glissement profonde ». Revue Française de Géotechnique n°92, 2000, p.49-55.
- [2] Belabed, L. : *Application du concept probabiliste de sécurité sur la vérification de la stabilité d'ensemble des murs de soutènement ancrés avec la cinématique des solides rigides*. Revue Française de Géotechnique n°89, 1999, p.49-54.

- [3] Bencheikh, M. : Analyse probabiliste de la stabilité des fondations superficielles. Mémoire de Magister, Département de Génie Civil, Université de Guelma, Algérie, 2005.
- [4] Breitschaft, G. & Hanisch, J. : *Neues Sicherheitskonzept im Bauwesen aufgrund wahrscheinlichkeitstheoretischer Überlegungen – Folgerungen fuer den Grundbau unter Einbeziehung der Probenahme und der Versuchsauswertung*. Vorträge der Baugrundtagung 1978, Berlin, PP. 659-694. Herausgegeben von der Deutschen Gesellschaft fuer Erd- und Grundbau e.v. (DGEG), Essen.
- [5] Costet, J. & Sanglerat, G. : *Cours pratique de mécanique des sols*, Tome 2. Dunod, Paris. 1969.
- [6] DIN 1054.100 : *Sicherheitsnachweise im Erd-und Grundbau*. Octobre 1993.
- [7] Eurocode 7 "*Geotechnical design-General rules*", 6th version, august 1994.
- [8] Frank, R. : *Calcul des fondations superficielles et profondes*. Presses de l'école nationale des Ponts et chaussées 2003.
- [9] Magnan, J.P. & Baghery, S. : *Statistiques et probabilités en mécanique des sols Etat des Connaissance*. Laboratoire central des ponts et chaussées 1982.