
Identification de l'état d'autocontrainte d'une grille de tensegrité en appliquant une sollicitation naturelle

J.F. Dubé, N. Angellier, B. Crosnier

Laboratoire de Mécanique et Génie-Civil - UMR5508, Université de Montpellier II, cc048, Place E. Bataillon, 34096 Montpellier cedex 5.

dube.angellier.crosnier@lmgc.univ-montp2.fr

RÉSUMÉ. Le but de cette étude est de valider l'utilisation de la méthode du décréement aléatoire pour l'identification de l'état d'autocontrainte d'une structure de tensegrité soumise à un chargement naturel. La structure de tensegrité possédant un état d'autocontrainte donné est soumise aux charges permanentes connues et aux charges d'exploitation inconnues. La technique du décréement aléatoire permet de retirer numériquement la part due au chargement d'exploitation. En comparant le champ de déplacement de la structure de référence et celui de la structure simulée nous parvenons, par analyse inverse, à retrouver l'état d'autocontrainte de la structure de référence.

ABSTRACT. The aim of this study is to validate the use of the random decrement method for identifying the selfstress state of a tensegrity structure subjected to a natural loading. The tensegrity structure having a selfstress state given is subjected to the known sustained loads and the unknown live load. The random decrement method makes it possible to numerically withdraw the share due to the loading of exploitation. While comparing the displacement field of the reference structure and that of the simulated structure we arrive, by inverse analysis, to find the selfstress state of the reference structure.

MOTS-CLÉS : tensegrité, autocontrainte, décréement aléatoire, identification, analyse inverse.

KEYWORDS: tensegrity, self stress, random decrement, identification, inverse analysis.

1. Introduction

Les structures de tensegrité sont des structures spatiales légères et transparentes qui ont été imaginées dans les années 70 (Fuller 1973, Snelson 1973]. Elles sont composées de barres en compression et de câbles en tension. Leur stabilité est assurée par la mise en précontrainte des différents éléments : on parle d'autocontrainte. Cette autocontrainte conditionne la stabilité et la rigidité de l'ensemble. Les éléments comprimés n'ont pas de liaisons entre eux alors que les éléments tendus sont connectés les uns aux autres (figure 1) (Motro 2003).

La continuité des éléments tendus implique que la dégradation d'un élément va avoir une influence sur toute ou partie de la structure. La dégradation d'un élément risque de modifier fondamentalement la rigidité de l'ensemble de la structure. Il est donc primordial d'identifier l'état d'endommagement des éléments. Nous supposons que cet endommagement est directement lié à l'effort que reprend l'élément. Il est illusoire de pouvoir mesurer l'effort interne de tous les éléments lorsque la structure est en service. Nous devons donc passer par une identification des efforts internes à l'aide d'une mesure indirecte et une analyse inverse (Barcilon 1982, Bicanic 1997). La mesure que nous avons choisis d'utiliser est la mesure des déplacements des noeuds de la structure sous chargement statique ou dynamique (Abeeel 2000, Maek 2000). Des essais et des simulations numériques ont permis de montrer la pertinence de la démarche pour retrouver les coefficients pondérateurs des états d'autocontrainte élémentaires (Dubé 2004). On peut ainsi retrouver la tension d'une série de câbles qui ont subi une perte de tension de 25% par rapport à leur état de conception.

L'identification a été réalisée en utilisant un chargement défini qui est le même pour la structure de référence et celle d'identification. Il est utopique de connaître parfaitement la sollicitation d'une structure en place. Les déplacements des noeuds ont donc une certaine variabilité. La variabilité du champ de déplacement n'est pas complètement aléatoire. En effet, il résulte de la variabilité du champ de force appliqué mais aussi du comportement de la structure. Pour palier le problème de variabilité temporelle du chargement et donc du champ de déplacement résultant, nous choisissons d'utiliser la technique de décrétement aléatoire (Asmussen 1997, Ibrahim 1977). Cette méthode de filtrage, permet d'éliminer les composantes variables d'un signal. Ainsi, le champ de déplacement que l'on obtient après ce filtrage, correspond à peu près au champ obtenu sous chargement constant.

Nous décrivons la méthode du décrétement aléatoire avec une vérification sur un signal bruité. Nous étudions ensuite l'efficacité d'identification en utilisant cette méthode, comparé à une identification avec chargement connu.

2. Méthode du décroement aléatoire

De manière simplifiée, la technique du décroement aléatoire permet de filtrer un signal bruité pour en extraire la trace constante. En effet un champ de déplacement statique mesuré sur site peut être bruité par plusieurs sources. Nous pouvons avoir une sollicitation extérieure de type vent ou température qui peut être décrite comme une fonction sinusoïdale bruitée par un bruit. Les imperfections de mesure apportent aussi un bruit. Pour résumer le signal mesuré peut être décomposé en trois parties :

$$X_{\text{mes}}(t) = X_{\text{stat}} + X_{\text{sinus}}(t) + X_{\text{bruit}}(t) \quad [1]$$

X_{mes} est la mesure, X_{stat} est la partie constante de la mesure, X_{sinus} provient du chargement sinusoïdal, X_{bruit} est la composant issue de l'ensemble du bruit. La technique du décroement aléatoire est une technique de filtrage qui permet d'éliminer toutes les composantes variables du signal. A partir du signal mesurer X_{mes} , on peut retrouver le signal initial constant X_{stat} . Asmussen a montré que le décroement aléatoire était égal à la partie stable du signal dans le cadre de signaux stationnaires bruités par un bruit blanc gaussien. Soit $X(t)$ un signal stochastique. Le décroement aléatoire D_{xx} est défini par :

$$D_{xx}(\tau) = E[X(t+\tau) | T_{X(t)}] \quad [2]$$

$E[]$ est la moyenne des morceaux de signaux répondant à la condition de déclenchement T_X . Cette condition de déclenchement devrait être un seuil, mais compte tenu du fait que l'on analyse des signaux discrets cette condition est définie par :

$$T_{X(t)} = \{a_1 \leq X(t) < a_2, b_1 \leq \dot{X}(t) < b_2\} \quad [2]$$

La figure 1 présente le principe du calcul du décroement aléatoire dans le cas d'un déclenchement par un seuil unique.

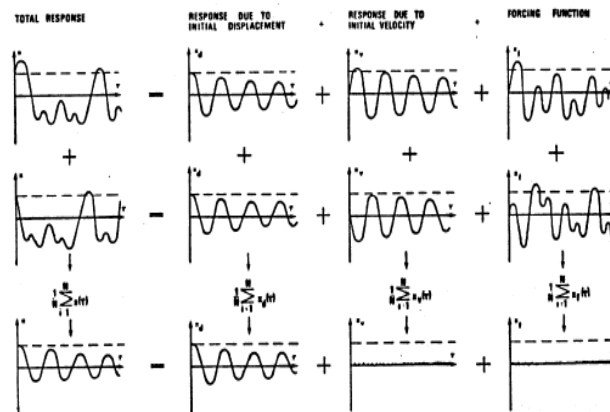


Figure 1. Technique du décroement aléatoire (Ibrahim 1977)

A chaque fois que la fonction passe coupe le seuil le signal temporel restant est décalé de la valeur de l'instant pour laquelle le coupure a eu lieu. On obtient alors une série de signaux identiques mais décalés temporellement. Le décrétement aléatoire est la somme des ces signaux divisée par le nombre des signaux ainsi extraits. Cette méthode n'est valable que si le nombre des signaux extraits est suffisamment important. il faut donc avoir un signal initial suffisamment grand ou un seuil de déclenchement suffisamment faible. Par la suite chaque noeud utilise sa propre fonction seuil et nous n'utilisons pas la corrélation entre les noeuds.

3 Description de la structure étudiée

La structure étudiée est une grille plane à double nappe de câbles dont le motif de base reprend le principe de l'écarteur : deux à deux les barres forment des V perpendiculaires et opposés séparés par un tirant vertical dont on peut faire varier la longueur (figure 2). Elle est constituée de 81 éléments reliés par des nœuds : 24 barres (tubes) en compression et des éléments en tension, à savoir 36 câbles ainsi que 9 tirants verticaux et 12 tirants périphériques (tableau 1) ; les tirants sont les éléments actifs de la structure [Averseng 2001, Averseng 2004].

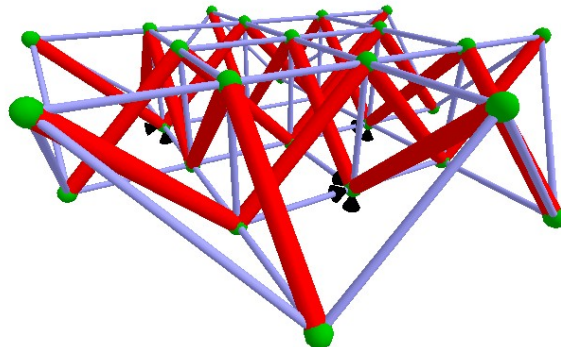


Figure 2. Modélisation numérique de la minigrille.

Le logiciel Tenségrité2000 développé par Jérôme Quirant au LMGC (Quirant 2000) permet de déterminer les états d'autocontrainte de base et les mécanismes. Il les détermine à partir de la géométrie et des conditions limites. Ainsi, la minigrille sur trois appuis possède deux états d'autocontrainte de base (notés EA1 et EA2). A partir de ces états, on est en mesure de construire un état d'autocontrainte ($a \times \text{EA1} + b \times \text{EA2}$) qui assure la stabilité de la structure et reprendre les charges de service (Angellier 2006). Pour un rapport 0,5 entre les deux coefficients a et b de chaque état d'autocontrainte de base on obtient une répartition des forces dans les éléments la plus homogène possible notamment pour les tensions des câbles (figure 3).

Type d'élément	Longueur (m)	Module d'Young (MPa)	Section (cm ²)	Inertie (cm ⁴)
Barres	1.13	$2.0 \cdot 10^6$	3.30	1.80
Câbles	0.80	$1.6 \cdot 10^6$	0.503	0.0201
Tirants verticaux	0,80	$1.7 \cdot 10^6$	0.785	0.0491
Tirants de côté/coin	1,13/1,38	$2.0 \cdot 10^6$	0.503	0.0201

Tableau 1. Caractéristiques des éléments de la minigrille.

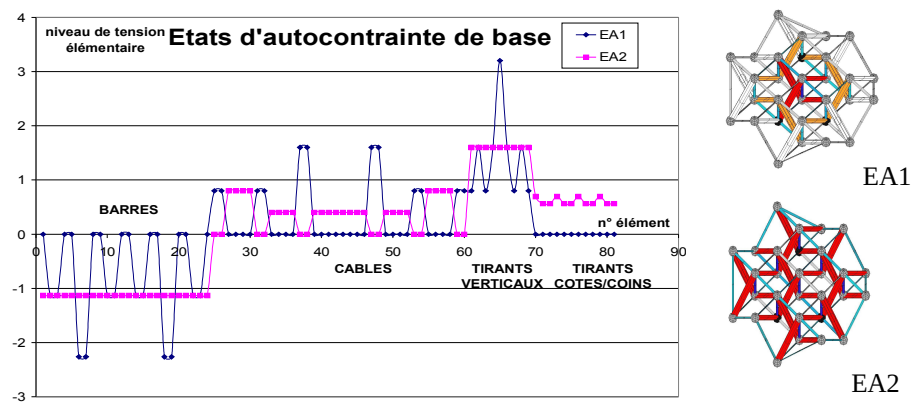


Figure 3. a) Distribution des efforts dans les éléments, b) visualisation des états d'autocontrainte de base.

Après l'obtention de l'état d'autocontrainte associé aux conditions d'appuis, le code par éléments finis Cast3M est utilisé pour les simulations numériques dynamiques.

4 Identification des coefficients a et b

Nous avons comparé l'efficacité d'identification utilisant un chargement connu et en utilisant un chargement bruité. Pour les deux identifications le calcul est le même seul l'état de référence est différent. En effet, les simulations numériques de la structure ne peuvent se faire qu'avec un chargement défini. L'état de référence pour le chargement connu est défini par le chargement statique de la structure. L'état de référence pour le chargement bruité est défini par la combinaison du chargement statique, d'un chargement sinusoïdal et d'un bruit blanc gaussien. Le champ de déplacement des noeuds de la structure est alors utilisé pour la fonction d'erreur.

Le chargement statique est composé de forces verticales de 600N disposées sur les noeuds inférieurs. Le chargement sinusoïdal vertical est imposé sur les noeuds de la face supérieure. La période d'excitation sinusoïdale est de 5Hz, avec une amplitude de 10N. Le bruit est un bruit blanc gaussien de moyenne 0,1 et d'écart type 0,3 multiplié par l'amplitude de chargement de 10N. Les déplacements sont de quelques millimètres. La différence relative entre le champ de déplacement obtenu avec le chargement statique et celui obtenu par le chargement total et après filtrage n'excède pas 7%.

Le critère de convergence est un critère quadratique défini sur le champ de déplacement vertical U_z :

$$J = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{U_{z_{simu}} - U_{z_{ref}}}{\left(\frac{Max U_{z_{ref}} + Min U_{z_{ref}}}{2} \right)} \right)^T \left(\frac{U_{z_{simu}} - U_{z_{ref}}}{\left(\frac{Max U_{z_{ref}} + Min U_{z_{ref}}}{2} \right)} \right) \right] \quad [3]$$

Le nombre d'itération pour l'identification est limité à 50 et la convergence est obtenue quand le critère J est inférieur à 10^{-7} ou quand la variation est inférieure à 10^{-8} .

Pour la structure de référence, le coefficient $a = 3000$ et le coefficient $b = 6000$. On applique sur ces coefficients, une fonction aléatoire gaussienne de moyenne 1 et d'écart type 0,2 afin d'obtenir le jeu de départ de l'identification. Ce jeu est sensé représenter une dérive de l'autocontrainte. Les coefficients initiaux pour l'identification sont $a = 4862$ et $b = 6690$.

En utilisant le chargement statique connu, la convergence sur le champ de déplacement est parfaite (figure 4). Pour le chargement bruité l'arrêt des itérations est obtenu car la variation du critère devient très faible. L'erreur initiale est plus faible pour la seconde identification et pourtant la procédure d'identification a plus de mal à converger vers un minimum. Les paramètres obtenus à la fin de la procédure d'identification sont donnés dans la tableau 2.

paramètres	a	b
référence	3000	6000
initiaux	4862	6690
identification avec charge connue	3257	5871
identification avec charge bruitée	4128	6315

Tableau 2. Résultat de l'identification.

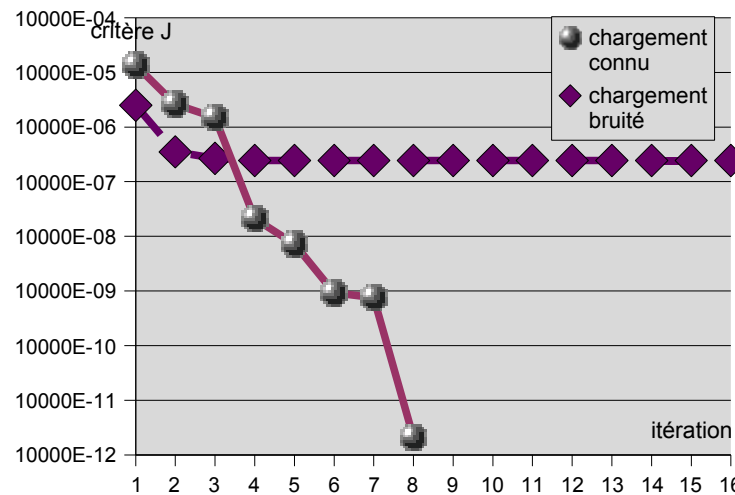


Figure 4. Evolution du critère d'erreur en déplacement au cours des itérations.

L'erreur sur le paramètre a est de 8,6% pour la première identification et de 36,6% pour la seconde. Pour le paramètre b les résultats sont plus proches : 2,1% pour la première identification et 5,2% pour la seconde.

5 Conclusion

Il est clair que l'identification utilisant un champ de déplacement approximatif donne un moins bon résultat que lorsque le champ de déplacement n'est pas bruité. Toutefois, une identification à 40% reste acceptable d'autant plus que nous n'avons utilisé que la composant diagonale du décrément aléatoire vectoriel. En effet, nous n'avons pas utilisé la corrélation entre les noeuds. Cette corrélation est obtenue par croisement des critères de seuil. On peut espérer trouver une convergence plus correcte. Après cette phase d'expérimentation numérique, nous pourrions passer aux validations expérimentales.

Bibliographie

- Abeele K. V. D., DeVisscher J., « Damage assessment in reinforced concrete using spectral and temporal nonlinear vibration techniques », Cement and Concrete Research, vol. 30, p. 1453-1464, 2000.
- Angellier N, Dubé J.F., Crosnier B., « Comparison between experimental tests and numerical calculations carried out on a tensegrity mini grid », International Symposium "New

- olympics new shell and spatial structures, Beijing, China, 16-19.10.06 IASS ed(s), p. CDrom 10p. texte complet, p. 214-215 résumé, 2006.
- Asmussen J.C., Modal Analysis based on the random decrement technique – Applications to civil engineering structures, PhD Thesis, University of Aalborg, Denmark.
- Asmussen J.C., Brinker R, Ibrahim S.R., « Statical theory of the vector random decrement technique », *Journal of Sound and Vibration*, vol 226(2), pp. 329-344, 1999. R. Fuller, « The dymaxion world of Buckminster Fuller ». New York: Anchor Books, 1973.
- Averseng J., Méthodologie de la mise en auto-contrainte des systèmes de tensegrité, DEA, dir. B. Crosnier, M.N. Kazi Aoual, LMGC, Université Montpellier 2, 05.07.01, 46p, 2001.
- Averseng J, Crosnier B., « Prestressing tensegrity systems - Application to multiple selfstress state structures », *International Journal of Structural Stability and Dynamics*, vol. 4 (4), p. 543-557, 2004.
- Barcilon V., « Inverse mode problems for the vibrating beam in the free-clamped configuration », *Philosophical Transaction of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Transaction*, vol. 304, n° 1483, p. 211-251, 1982.
- Bicanic N., Chen H.-P., « Damage identification in framed structures using natural frequencies », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 40, p. 4451-4468, 1997.
- Dubé J.F., Crosnier B., « Identification of cables slackening by analyzing the temporal response of the structure », *Proc. of IASS 2004, Shell and Spatial Structures from Models to Realization*, ed. R. Motro, pp. 134-135, 8p in CDROM, 2004.
- Ibrahim S.R., « Random decrement technique for modal identification of structures », *the AIAA Journal of Spacecraft and Rockets*, vol. 14, No. 11, pp 696-700, 1977.
- Maek J. et al., « Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination », *Eng. Structures*, vol. 22, p. 1339-1349, 2000.
- Motro R., « Tensegrity », Kogan Page Science, 2003.
- Pellegrino S., Calladine C., « Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks », *International Journal of Solids and Structures*, vol. 22, p. 409-428, 1986.
- Quirant J., Systèmes de tensegrité et autocontrainte : qualification, sensibilité et incidence sur le comportement, Thèse de doctorat, Université Montpellier 2, 2000.
- Snelson K., « Tensegrity Mast. Bolinas », Californie: Shelter Publications, 1973.