
Modélisation de la rupture des assemblages par Tenon-Mortaise

Modélisation des assemblages bois sur bois

Jean-Luc Coureau*— Carole Faye**— Philippe Taris*

*US2B

69, route d'Arcachon

F-33612 Cestas Cedex

{coureau,taris}@us2b.pierroton.inra.fr

** CTBA, Pôle Construction

Allée de Boutaut BP 227

F-33028 Bordeaux Cedex

carole.faye@ctba.fr

RÉSUMÉ. La capacité résistante des assemblages par tenon-mortaise est limitée par le faible potentiel du bois à transmettre des sollicitations perpendiculaires au fil. On observe donc dans la pratique et lors des essais des propagations de fissures au niveau du tenon ou de la mortaise. L'étude montre que les règles de dimensionnement en vigueur ne sont pas suffisamment fiables pour estimer la capacité portante des éléments tenonnés. Le constat montre également qu'il n'existe pas de formulation caractérisant la résistance à la fissuration des pièces mortaisées. En réponse à cette problématique, une modélisation complète de plusieurs configurations d'assemblages a été proposée en tenant compte des phénomènes de fissuration. Les simulations par éléments finis basées sur le modèle de la fissure fictive montrent que cette approche permet d'estimer correctement les charges de rupture. Elles impliquent cependant une connaissance précise des caractéristiques mécaniques du bois dans le sens transverse : contrainte ultime et énergie de rupture.

ABSTRACT. The load-bearing capacities of the tenon-mortise joints are limited due to the low strength of wood in the direction perpendicular to grain. It can be observed on wooden structures or during mechanical tests that crack propagation along the grain is located near of the mortise or of the tenon producing the failure of the connection. The study reveals that design rules classically used in timber engineering are not sufficiently reliable to estimate the performance of this kind of junction. It show also that there is no accurate formulation concerning the optimisation of the mortise, whereas tenon can be designed with poor rules. Based on the model "elastic layer material", Finite Element simulations are proposed to describe the failure of each component. Results exhibit that such an approach supplies realistic estimation of failure loads.

MOTS-CLÉS : tenon-mortaise, énergie de rupture, traction transverse, fissure fictive

KEYWORDS: tenon-mortise, fracture energy, strength perpendicular to grain, fictitious crack model

1. Introduction

L'utilisation d'assemblages traditionnels dans la construction bois connaît un renouveau certain par le développement de centres d'usinage par commandes numériques. Il est de plus en plus fréquent de réaliser des connexions préfabriquées pour des montages en kit sur chantier (autrefois taillées manuellement par le charpentier). Cette évolution entraîne inévitablement une demande précise concernant la sécurité de ces assemblages, il s'avère donc nécessaire de fournir des concepts de dimensionnement ou des dispositions constructives adéquates pour leur utilisation. Cette étude concerne la caractérisation de la résistance des assemblages par tenon mortaise. Cette liaison est la plus commune en construction ; elle présente l'avantage d'être discrète esthétiquement, mais de sévères pathologies peuvent apparaître ; elles sont essentiellement dues à la traction transversale au fil du bois qui est générée par la reprise de l'effort tranchant entre la poutre porteuse et la poutre portée. Les règles de vérification de ce mode d'assemblage tiennent compte de l'écrasement local du bois en contact et du cisaillement de la section résiduelle due à l'effort tranchant. Les risques de fendage du bois (traction transversale) sont pris en compte par les eurocodes 5 et le STEP, essentiellement dans la reprise d'effort du tenon. Aucun critère mécanique n'est mentionné pour le dimensionnement fiable de la mortaise qui subit elle aussi de la traction transversale. Par conséquent, sans ces vérifications, il est considéré « implicitement » que la pièce mortaisée ne peut pas rompre avant la poutre portée comportant le tenon. Il semble de toute évidence que certaines configurations géométriques peuvent amener aux mécanismes de ruine inverses. Nous proposons donc dans cette étude de montrer que potentiellement il est possible de concevoir des assemblages par tenon-mortaise pour lesquels les deux modes de ruines sont envisagés. Pour cela, une étude numérique par éléments finis de la rupture est proposée. L'étude vise à montrer par la confrontation des résultats numériques et les données expérimentales que le modèle de fissure fictive tridimensionnelle peut apporter des résultats significatifs et utiles relatifs au dimensionnement des ces assemblages.

2. Dimensionnement d'un assemblage par tenon mortaise

Nous nous intéressons pour cette investigation au dimensionnement d'un assemblage en « T » présenté dans la figure 1. La poutre porteuse d'une longueur de $4H$ est mortaisée et la poutre portée ou solive d'une longueur de $8H$ est tenonnée (figure 2). L'étude se focalise donc sur l'estimation de la capacité résistance de cet assemblage, qui est soumis à la reprise de l'effort tranchant au nœud d'assemblage.

Les vérifications envisagées dans les règles de dimensionnement concernent :

- La compression locale due au contact de la partie inférieure du tenon sur le fond de la mortaise
- Le cisaillement dû à l'effort tranchant de la section supérieure du tenon
- Le fendage de la solive sous le tenon.

Aucune vérification du fendage de la mortaise n'est proposée. Actuellement, la formulation proposée dans le STEP (P. J. Gustafsson 1988) permet de dimensionner des poutres à épaulement, ce qui fournit une estimation de la charge de rupture du tenon :

$$V_{Gus} = \frac{WH\alpha\sqrt{\frac{G_{IC}}{H}}}{\sqrt{\frac{0.6(\alpha - \alpha^2)}{G_v}} + \beta\sqrt{\frac{6(\frac{1}{\alpha} - \alpha^2)}{E_L}}} \quad [1]$$

E_L : module d'Young longitudinal (MPa)

G_v : module de cisaillement (MPa)

α, β : respectivement h_t/H et l_t/H

Cette équation, basée sur les concepts de la mécanique de la rupture, fait appel aux taux de restitution d'énergie critique (G_{IC} , N/mm) correspondant à l'énergie nécessaire à propager une fissure dans le matériau en mode I. Cette quantité est déterminée à partir d'essais spécifiques de fissuration. Elle reste cependant très peu connue dans le domaine de la construction bois, mais elle se révèle déterminante pour la sécurité des éléments de structure, particulièrement pour ceux qui transfèrent des efforts perpendiculairement au fil. Dans le STEP, G_{IC} est évalué à 200 J/m² quelque soit la classe de résistance du bois de structure.

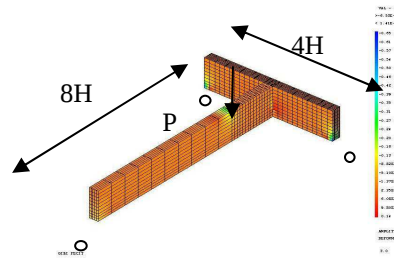


Figure 1 . dimensions globales des éléments de l'assemblage en « T »

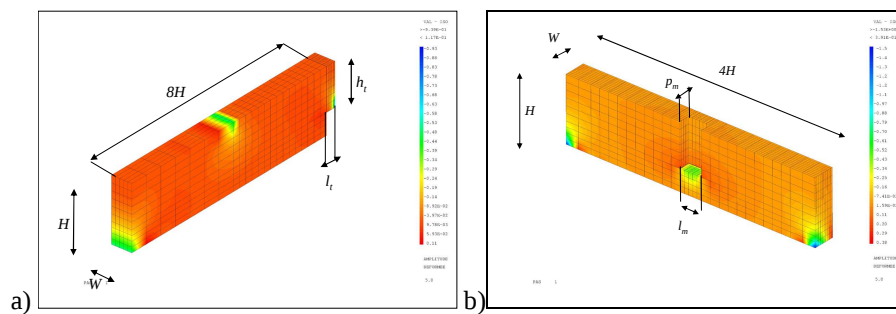


Figure 2 . détails des cotations des pièces composant l'assemblage (a : tenon et b : mortaise)

3. Modélisation numérique

On se propose dans cette analyse de modéliser le risque de fissuration de l'assemblage dû à la traction perpendiculaire au fil. Compte tenu de l'orthotropie du matériau, on observe de faibles résistances mécaniques dans les directions perpendiculaires au fil. Par conséquent, cette anisotropie associée à la géométrie de l'assemblage permet de localiser les lieux géométriques de propagation de fissure : en fond de tenon ou d'épaulement pour la solive (poutre portée) et en fond de mortaise pour la poutre porteuse. Cette localisation s'appuie sur des faits expérimentaux observés dans la pratique et sur des travaux menés antérieurement en laboratoire (P. Racois 1994, P. Boyancé 1999, P. J. Gustafsson 1988, J. L. Coureau 2002). Les lieux de fissuration dans la solive et la poutre porteuse sont modélisés par une interface sur le logiciel Cast3M (G. Beer, 1985 et A.L.G.A. Courtinho *et al.* 2003). Elle possède les caractéristiques mécaniques nécessaires à reproduire le comportement à la rupture du bois en traction transversale ce qui correspond au concept de la fissure fictive. Une étude antérieure a été proposée sur des poutres à épaulement (J. L. Coureau, 2002) et a été étendue à des applications propres à la mécanique de la rupture (J. L. Coureau *et al.* 2006). Les interfaces sont placées longitudinalement au même niveau, c'est-à-dire en fond d'épaulement et en fond de la mortaise. Cette modélisation est tridimensionnelle de manière à évaluer la propagation de fissure autour du fond de la mortaise. L'interface implémentée dans le modèle est isotrope dans son plan. Le comportement fragile du bois en traction transverse est ici adopté pour reproduire la fissuration progressive dans le tenon ou la mortaise (figure 3).

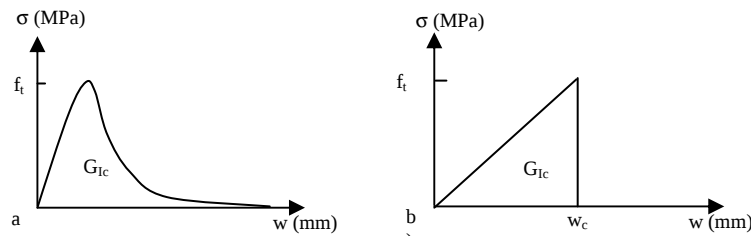


Figure 3 . comportement de l'interface en traction transverse (a : cas réel et b :cas idéal)

L'interface de fissuration (elastic layer material) est constituée d'éléments de joint, le transfert des sollicitations est assuré par la relation suivante :

$$\sigma_n = K_n \cdot \delta_n \quad [2]$$

σ_n est la contrainte de traction transverse (MPa)

K_n est la raideur normale de l'interface (N/mm³)

δ_n est le déplacement des frontières de l'interface (mm)

Etant donné le caractère fragile du matériau, la raideur des éléments est établie à partir du taux de restitution d'énergie critique G_{Ic} . Nous considérons dans cette approche que l'énergie de rupture de l'interface, correspondant à l'aire sous la courbe contrainte-déplacement (figure 3), est directement liée à G_{Ic} :

$$G_{Ic} = \int_0^{w_c} \sigma dw = \frac{f_t w_c}{2} \quad [3]$$

d'où,

$$K_n = \frac{f_t}{w_c} = \frac{f_t^2}{2 G_{Ic}} \quad [4]$$

Les substrats en périphérie des interfaces sont modélisés en élasticité linéaire. L'orthotropie du matériau est également prise en compte dans le calcul par éléments finis. Les propriétés mécaniques du matériau bois (Résineux, densité 450 kg/m^3 et $H=12\%$) correspondant aux substrats élastiques sont les suivantes (D. Guitard, 1987): $E_L = 13100 \text{ MPa}$, $E_R = 1000 \text{ MPa}$, $E_T = 636 \text{ MPa}$, $G_{LR} = 861 \text{ MPa}$, $G_{RT} = 83 \text{ MPa}$, $G_{LT} = 745 \text{ MPa}$, $\nu_{LR} = 0.39$, $\nu_{RT} = 0.51$, $\nu_{LT} = 0.43$. L'interface permettant de modéliser la fissure fictive possède les caractéristiques suivantes : $f_t = 2.2 \text{ MPa}$, $G_{Ic} = 0.2 \text{ N/mm}^3$, $K_n = 12.1 \text{ N/mm}^3$.

4. Résultats et discussion

Des séries d'expériences ont été réalisées pour déterminer la résistance à court terme des liaisons par tenon-mortaise. Deux sections de poutres LC ont été testées et pour chacune d'elle, deux configurations de tenon et de mortaise ont été usinées de manière à initier la rupture dans le tenon ou dans la mortaise. Suite à ces expériences des modélisations ont été réalisées selon les différents cas pour confronter les estimations des calculs EF aux charges réelles (tableau 1).

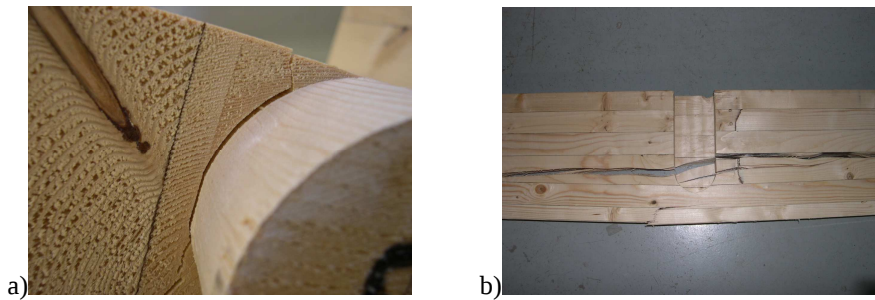


Figure 4. zones de rupture sur les pièces composant l'assemblage (a :tenon et b :mortaise)

L'usinage des tenons et des mortaises est circulaire (figure 4) tandis que la modélisation prévoit en première approximation des formes parallélépipédiques. Par

conséquent la hauteur du tenon équivalente h_t' a été déterminée à partir des essais en constatant la cote du chemin de fissure (figure 4).

$$h_t' = h_t - \frac{W}{4} \quad [5]$$

L'estimation des charges de rupture par l'équation 1 et par le calcul éléments finis sera réalisée en prenant en compte h_t' (équation 5). Pour le traitement des résultats, on désignera par M la rupture en fissuration dans la mortaise et par T celle localisée dans le tenon. On désigne par V_{num} la valeur obtenue par simulation de la l'effort tranchant ultime, à partir des valeurs des propriétés élastiques données précédemment et V_{Gus} la valeur obtenue par l'équation 1. Cette dernière équation est utilisée uniquement pour les ruptures localisées dans le tenon. Les mécanismes de ruine obtenus numériquement reproduisent les cas de rupture observés lors des expériences. Ce constat permet de rendre compte du réalisme des simulations.

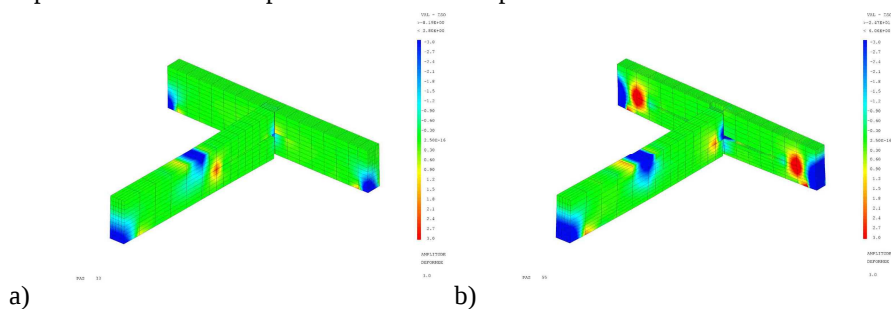


Figure 5. ruptures obtenues lors des simulations numériques (a :tenon et b :mortaise)

Lot	H	W	h_t	l_t	$V_{exp, moy}$ (N) COV	V_{num} (N)	h_t' (mm)	Ratio V_{exp}/V_{num}	Rupture
M17550	175	65	87.5	32.5	9350 (25%)	5310	72	1,76	T
M17575	175	65	120	32.5	11600 (19%)	11300	104	1,03	T
M22550	225	75	112.5	37.5	11950 (17%)	9610	94	1,24	T
M22575	225	75	170	37.5	25730 (12%)	22920	152	1,12	M
E17575	175	75	170	37.5	16830 (11%)	14000	170	1,20	M

Tableau 1. résultats expérimentaux et estimations des charges ultimes par EF

La prédiction des charges ultimes par le modèle numérique est sécuritaire par rapport aux valeurs de l'expérience. La marge de sécurité est tributaire des valeurs d'entrée principales du calcul, à savoir f_t , G_f pour l'interface. Coureau *et al.* 2006 montrent, par des tests de sensibilité, qu'une variation de 20% de f_t entraîne une variation de 4,5% de la charge ultime. Cette dernière décroît de 8% pour une diminution de G_f de 20% et vice-versa. La valeur du ratio V_{exp}/V_{num} présenté dans le tableau 1 dépend principalement des propriétés mécaniques de l'interface. Néanmoins, la sensibilité du calcul numérique à ces caractéristiques montre que cette approche permet d'estimer correctement les charges de rupture de l'assemblage. Quant au dimensionnement réalisé avec l'équation 1 sur la base des mêmes propriétés mécaniques, on relève un degré d'insécurité mettant en cause la pertinence de la formulation. Une variation de 20% de G_f dans l'équation 1 modifie de 8% la valeur de la capacité résistante du tenon. On remarquera également que l'équation est plus appropriée pour l'estimation de la charge de rupture pour des tenons à mi-bois. Ces observations montrent que l'approche réalisée dans le STEP reste limitée et ne peut pas être envisagée uniquement pour estimer de manière fiable la sécurité des éléments. L'utilisation du modèle numérique basée sur la fissure fictive ou l'exploitation des résultats post-calcul peut enrichir de façon significative les moyens de prédiction des capacités portantes de ces assemblages.

Lot	$V_{exp, moy}$ (N) COV	V_{Gus} (N)	Ratio V_{exp}/V_{Gus}	Ratio V_{Gus}/V_{num}	Rupture
M17550	9350 (25%)	9900	0,94	1,86	T
M17575	11600 (19%)	14970	0,77	1,32	T
M22550	11950 (17%)	13400	0,89	1,39	T

Tableau 2. comparaison des prédictions entre le modèle EF et l'équation 1 pour le cas de la rupture dans la pièce tenonnée

Cette étude montre également que le modèle reste adapté à l'estimation de la résistance de la pièce mortaisée (tableau 1). Les simulations numériques obtenues pour la propagation de la fissure dans la poutre porteuse donnent de bons résultats en terme de charges de rupture, elles respectent également le mécanisme de ruine observé lors des expériences (figure 5b) : une fissure se propage de façon stable au bord de la mortaise et le fond de cette dernière empêche la fissuration sur la largeur de l'élément jusqu'à une certaine charge (dépendant du ligament en arrière de mortaise) qui produit une libération majeure d'énergie séparant longitudinalement en deux la poutre porteuse. L'étude numérique met en évidence que la capacité résistante des éléments mortaisés dépend fortement de la surface en arrière de mortaise, cette dernière vient ponter localement le plan de fissuration potentiel situé le long de l'élément. Cette zone doit donc être prise en compte dans le dimensionnement de ces assemblages.

5. Conclusion

Les simulations numériques réalisées semblent donc reproduire les mécanismes de ruines observées lors des expériences. L'utilisation de la fissure fictive (elastic layer material) pour estimer la reprise des efforts dans le sens transverse au fil du bois est un moyen simple et efficace pour prédire des charges ultimes des assemblages traditionnels pour lesquels les règles de dimensionnement sont à ce jour peu fiables. Ce travail permet de souligner deux aspects importants concernant la tenue aux sollicitations perpendiculaires des éléments en bois. Le premier argument est qu'il est nécessaire d'intégrer dans la démarche de dimensionnement les concepts de la mécanique de la rupture, on parlera plus particulièrement d'énergie de rupture. Dans une démarche d'analyse de la sécurité des assemblages, l'intégration de cette quantité implique automatiquement des essais de caractérisation de cette énergie pour les bois classés pour la construction. D'autre part, les simulations basées sur la méthode de la fissure fictive, mises en place lors de cette étude, peuvent être à présent probabilisées ; ce qui apportera en supplément à la démarche de prédiction une estimation de l'indice de fiabilité des résultats obtenus.

6. Bibliographie

- Boyancé P., Modélisation de la rupture différée d'un matériau orthotrope viscoélastique en environnement naturel : application à un composite à base de bois, le LVL, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1999.
- G. Beer., « An isoparametric joint/interface element for the analysis of fractured rock », *Int. Jour. Numer. Meth. Eng.*, vol. 21, , 1985, p. 585-600.
- Coureau J. L., Renforcement d'éléments de structures bois par des matériaux composites, Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 2002.
- Coureau J. L., Gustafsson P. J., Persson K., « Elastic layer model for application to crack propagation problems in timber engineering », *Wood Science and Technology*, vol. 40, , 2006, p. 275-290.
- Coutinho A.L.G.A., Martins M.A.D., Sydenstricker R.M., Alves J.L.D., « Simple zero thickness kinematically consistent interface elements », *Comput. Geotech*, vol. 30, , 2003, p. 347-274.
- Guitard D., *Mécanique du matériau bois et composites*, Paris, Cepadues-Editions, 1987.
- Gustafsson P. J., « A study of strength of notched beams », *CIB W18-A*, Meeting 21, Paper 21-10-1.
- Racois P., Application de la mécanique de la rupture aux poutres entaillées fléchies (matériau bois) , Thèse de doctorat, Université de Bordeaux I, 1994.