

Prédiction et contrôle de la température dans les locaux climatisés à l'aide d'un modèle réduit

Alain Sempey

LEPTAB, Université de La Rochelle, av. Michel Crépeau, 17042 La Rochelle Cedex 1

RESUME. Cet article présente une méthode de contrôle de la température de la zone d'occupation dans un local équipé d'un ventilo-convecteur. La prise en compte de l'hétérogénéité du champ de vitesse et de la distribution de température conduit à un système d'équations différentielles de grande dimension. La décomposition orthogonale aux valeurs propres (POD) est utilisée pour construire un modèle de faible dimension mis sous forme de système d'état. Associé à la mesure de la température de reprise d'air, il conduit à un estimateur d'état qui permet de prédire en temps réel la température dans la zone d'occupation. Enfin, cet estimateur est intégré dans une boucle de contrôle commandée par un régulateur PI. Pour les différentes configurations du jet d'air étudiées, cette méthode augmente nettement la vitesse de calcul tout en conservant une précision suffisante pour assurer le contrôle thermique en temps réel.

MOTS CLES : Décomposition orthogonale aux valeurs propres, Estimateur d'état, Contrôle, CFD, Confort thermique

ABSTRACT. A method for controlling the temperature of the occupancy zone in a room equipped with a fan coil is presented. The heterogeneity of the air velocity field and the temperature distribution is considered. As it leads to a system with a great number of differential equations, the Proper Orthogonal Decomposition (POD) is applied to build a low order model. Moreover, the value given by a sensor of temperature enables the estimation of the temperature in the occupancy zone. Last, this estimator is integrating into a feedback control loop based on a PI. For different patterns of the air jet, not only the method significantly increases the calculation speed, but the accuracy turns out to be good for controlling the temperature.

KEYWORDS : Proper Orthogonal Decomposition, State estimator, Control, CFD, Thermal comfort

1. INTRODUCTION

Dans les espaces climatisés, le champ de vitesse et la distribution de température ne sont pas uniformes. Actuellement, cette caractéristique n'est pas prise en compte par le système de contrôle ce qui a de fortes conséquences sur le confort thermique et la consommation d'énergie. Bien que la dynamique des fluides numérique (CFD) permette de prédire la distribution de température et le champ de vitesse, les temps de calcul sont incompatibles avec un contrôle en temps réel. Dans le cas de l'écoulement d'air intérieur aux locaux, Peng (Peng, 1996) a proposé de déterminer la distribution dynamique de températures avec un champ de vitesse donné préalablement calculé avec un code CFD. Dans ces conditions, seule l'équation de conservation de l'énergie est discrétisée et réduite en utilisant la décomposition orthogonale aux valeurs propres. Enfin, l'information donnée par un capteur de température en temps réel permet l'estimation et le contrôle de la température dans la zone d'occupation.

2. THEORIE

La conservation de l'énergie est décrite par l'équation différentielle [Eq. 1], où ρ est la masse volumique de l'air, C_p sa capacité calorifique massique, θ sa température et S_p un terme source.

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \vec{V} \bullet \overrightarrow{\text{grad}} \theta = \text{div} \left(a_{\text{eff}} \overrightarrow{\text{grad}} \theta \right) + \frac{S_p}{\rho C_p} \quad [\text{Eq. 1}]$$

Pour tenir compte de la nature turbulente de l'écoulement dans les locaux la moyenne de Reynolds est utilisée, introduisant ainsi dans l'équation [Eq. 1] la diffusivité effective a_{eff} . Cette dernière peut être décomposé en un terme laminaire et un terme turbulent [Eq. 2], où λ est la conductivité thermique, ν_t la viscosité turbulente et σ_t le nombre de Prandtl turbulent ici égal à 0.9.

$$a_{\text{eff}} = \frac{\lambda}{\rho C_p} + \frac{\nu_t}{\sigma_t} \quad [\text{Eq.2}]$$

Le champ de vitesse $\vec{V}$ et la viscosité turbulente sont calculés avec le logiciel de CFD StarCD. Les résultats de ces calculs permettent également d'obtenir des distributions de températures servant de référence et de conditions initiales. Le modèle k- ϵ à hauts nombres de Reynolds (Lu *et al.*, 1997) est choisi pour modéliser la turbulence alors que les schémas robustes QUICK (Leonard, 1981) et MARS (STARCD, 1999) sont utilisés pour la discrétisation du terme convectif.

Pour discrétiser l'équation [Eq. 1], le même maillage et la même méthode d'intégration que pour les calculs CFD sont adoptés. La méthode des volumes finis est la méthode dominante dans le cadre de la dynamique des fluides numérique (Murakani, 1990), en particulier parce qu'elle traduit très clairement le concept de conservation des quantités physiques. Pour la discrétisation du terme convectif, le schéma QUICK est appliqué. Couramment utilisé, il a une bonne stabilité et une viscosité numérique relativement faible. Près des parois, les coefficients de transfert convectifs de maille sont choisis égaux aux valeurs issues des calculs CFD. Le système obtenu, dont la taille est égale au nombre de mailles, a pour chaque cellule du maillage une équation de la forme [Eq. 3], où les indices E, O, H, B, N, S correspondent respectivement aux cellules voisines est, ouest, haute, basse, nord et sud et les indices EE, OO, HH, BB, NN, SS aux cellules voisines est, ouest, haute, basse nord et sud des cellules voisines précédemment citées.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \theta}{\partial t} = & a \theta + a_E \theta_E + a_O \theta_O + a_H \theta_H + a_B \theta_B + a_N \theta_N + a_S \theta_S \\ & + a_{EE} \theta_{EE} + a_{OO} \theta_{OO} + a_{HH} \theta_{HH} + a_{BB} \theta_{BB} + a_{NN} \theta_{NN} + a_{SS} \theta_{SS} + \frac{S_\theta}{\rho C_p} \end{aligned} \quad [\text{Eq. 3}]$$

En introduisant la représentation des températures par un vecteur, Ghiaus (Ghiaus *et al.*, 1995) a proposé la forme du système d'état [Eq. 4] qui est plus avantageuse pour le contrôle, avec $\dot{\theta} = \frac{\partial \theta}{\partial t}$, θ le vecteur d'état, contenant la température de chaque cellule, u le vecteur d'entrée, contenant la température de soufflage et les températures des parois, et y le vecteur d'observation.

$$\begin{cases} \dot{\theta} = A\theta + Bu \\ y = C\theta + Du \end{cases} \quad [\text{Eq.4}]$$

En raison de l'ordre élevé de ce système, il n'est pas possible de lui associer un contrôleur. La décomposition orthogonale (ou POD pour Proper Orthogonal Decomposition) aux valeurs propres permet de créer une base optimale de réduction à partir d'images (aussi appelées snapshot) extraites de simulations instationnaires réalisées avec StarCD, (Allery *et al.*, 2005) et (Gunes, 2002). Le vecteur d'état est alors exprimé sous la forme d'une série de termes fonctions des vecteurs orthogonaux φ_i de la base de projection [Eq. 5], où θ_{moy} est la température moyenne, m l'ordre de la réduction et a_i les coefficients temporels.

$$\theta(x, t) = \theta_{moy}(x) + \sum_{i=1}^m a_i(t) \varphi_i(x) \quad [\text{Eq. 5}]$$

Le choix du nombre de modes à conserver est basé sur un critère énergétique qui assure la conservation du maximum d'information contenue dans les images. Un très faible nombre m de fonctions est suffisant pour reconstruire la température. La substitution de l'équation [Eq. 5] dans la première équation du modèle d'ordre élevé [Eq.4] conduit à un modèle de dimension m , appelé modèle d'ordre réduit qui, après un changement de variable, a la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{a} = A_r a + B_r u \\ \theta = C_r a + D_r u \end{cases} \quad [\text{Eq. 6}]$$

Ce modèle [Eq. 6] donne l'évolution des coefficients temporels a_i en réponse à l'évolution du vecteur d'entrée u . Connaissant les vecteurs de la base de projection φ_i , la température est reconstruite par l'expression [Eq. 5], c'est la deuxième équation du modèle [Eq. 6].

L'estimateur d'état est alors construit en rajoutant un terme proportionnel à l'erreur entre le modèle et la mesure de température par le capteur. Sa forme est donnée par [Eq. 7], où le symbole $\hat{\cdot}$ représente les quantités estimées, et θ_{mes} la température mesurée.

$$\begin{cases} \dot{\hat{a}} = A_r \hat{a} + B_r u + L(\theta_{mes} - \hat{\theta}_{mes}) \\ \hat{\theta} = C_r \hat{a} + D_r u \end{cases} \quad [\text{Eq. 7}]$$

La théorie du contrôle optimal est utilisée pour calculer l'estimateur L (Huerre, 2006) en minimisant la différence entre le modèle d'état du local [Eq. 6] et l'estimateur d'état [Eq. 7]. L'estimateur est alors capable de prédire en temps réel la température en tous points du local et notamment dans la zone d'occupation.

Enfin, pour développer un contrôleur, il est fait appel au principe du modèle interne (Tham, 2002) qui permet de définir un contrôleur contenant une représentation du système. En notant, G_p la fonction de transfert associée au local, supposée inversible, il est théoriquement possible de définir un contrôleur de fonction de transfert $G_c = G_p^{-1}$. La fonction de transfert en boucle ouverte de l'ensemble du système est alors égale à 1 ce qui assure un contrôle parfait. Dans la pratique, le modèle du local n'est pas totalement inversible et le modèle du système $\tilde{G}_p$ n'est pas exact, c'est-à-dire $\tilde{G}_p \neq G_p$. Il est toutefois possible de décomposer le modèle en une partie inversible $\tilde{G}_p^+$ et une non inversible $\tilde{G}_p^-$ telles que $\tilde{G}_p = \tilde{G}_p^+ \tilde{G}_p^-$. De plus pour rendre le système plus robuste aux perturbations, il est nécessaire d'introduire un filtre passe bas de fonction de transfert G_f . La fonction de transfert du contrôleur est alors donnée par $G_c = \tilde{G}_p^{+^{-1}} G_f$. Pour obtenir un correcteur de type PI (Proportionnel

Intégral), il faut tout d'abord identifier un modèle du local du premier ordre. La rapidité de résolution du modèle réduit du local permet aisément d'obtenir la réponse dynamique du système à un échelon qui permet cette identification.

3. CAS ETUDIÉS

Le but de cette étude consiste à améliorer le contrôle thermique d'un local, de dimensions $4,90 \text{ m} \times 2,82 \text{ m} \times 2,76 \text{ m}$, équipé d'un ventilo-convecteur possédant 2 vitesses de soufflage (1 et $1,5 \text{ m/s}$) et une plage de températures variant de 16 à 21°C . Pour pouvoir utiliser un champ de vitesse fixe, il a été nécessaire de considérer 4 configurations différentes (cas a : le jet retombe avant d'avoir atteint le plafond, cas b : le jet atteint le plafond sans s'y développer, cas c : le jet commence à se développer au plafond, cas d : le jet atteint le mur du fond). La figure 1 donne une représentation de ces 4 configurations. Chaque configuration peut être caractérisée par sa vitesse et sa plage de température de soufflage. Dans tous les cas, les températures de parois sont homogènes et constantes, le maillage contient 2992 cellules et le capteur de température est placé à la reprise du ventilo-convecteur. En référence à la norme européenne ISO 7730, les températures sont suivies en trois points au centre de la zone d'occupation, respectivement aux hauteurs de $0,10 \text{ m}$ (T1, hauteur des chevilles), $1,10 \text{ m}$ (T2, hauteur de la tête, assis) et $1,80 \text{ m}$ (T3, hauteur de la tête, debout). La température à la reprise (T4) est également suivie. La figure 2 donne la position de ces points.

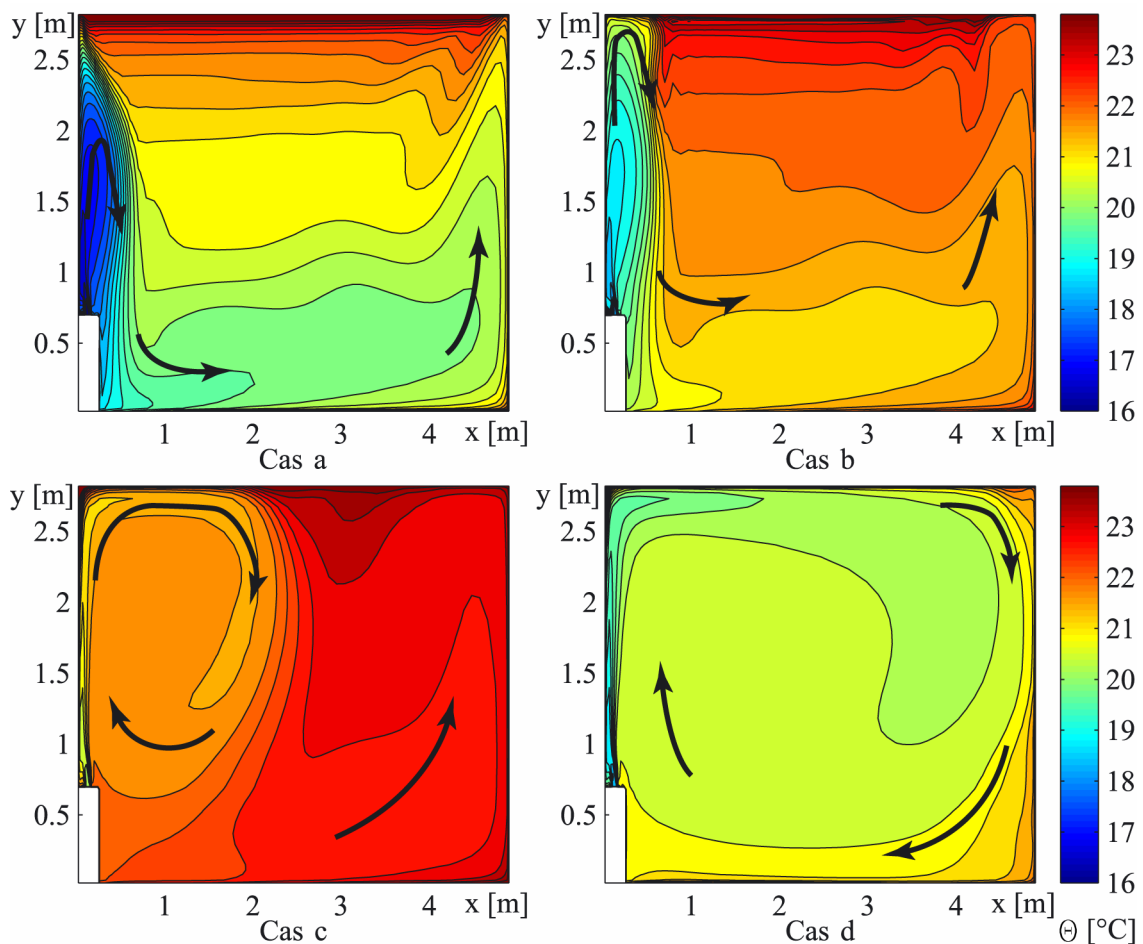


Figure 1 : Configurations étudiées.

La démarche décrite dans la partie précédente est appliquée séparément à chacune des configurations. Ainsi les fonctions de la base POD sont extraites d'une simulation de la réponse du local à deux échelons successifs dont l'amplitude est égale à l'amplitude des températures de soufflage de chacune des configurations, le premier pour un échelon positif de la température et le deuxième pour un échelon négatif.

4. RESULTATS ET DISCUSSION

Pour quantifier l'écart des modèles avec les résultats des simulations réalisées avec StarCD, l'écart quadratique moyen, donné par [Eq. 8] est utilisé, où l'indice *ref* correspond aux résultats de StarCD, et n_x est soit nombre de cellules de discrétisation pour une simulation stationnaire, soit le nombre de pas de temps du régime transitoire pour une simulation instationnaire.

$$Eqm = \sqrt{\frac{\sum (x_{ref} - x)^2}{n_x}} \quad [\text{Eq. 8}]$$

4.1. VALIDATION DES MODELES D'ETAT

Intéressons nous au cas c qui est le plus défavorable au regard de la précision des modèles. Il est caractérisé au soufflage par une vitesse de 1 m/s et des températures variant entre 19,7 et 21 °C. Le jet se développe assez rapidement au plafond sans néanmoins atteindre le mur du fond, c'est le cas le moins adapté à l'hypothèse de champ de vitesse constant. Pour calculer la base POD, 60 images (23 sur l'échelon positif et 37 sur l'échelon négatif) ont été extraites avec un pas de temps de 60 s. Elles ne contiennent que le régime transitoire de la variation des températures. Il est nécessaire de conserver 7 modes pour construire le système d'ordre réduit. Bien qu'il ne soit pas nécessaire de conserver autant de modes pour les autres configurations (4 pour la configuration a et 3 pour les configurations b et d suffisent), tous les modèles sont réduits à l'ordre 7.

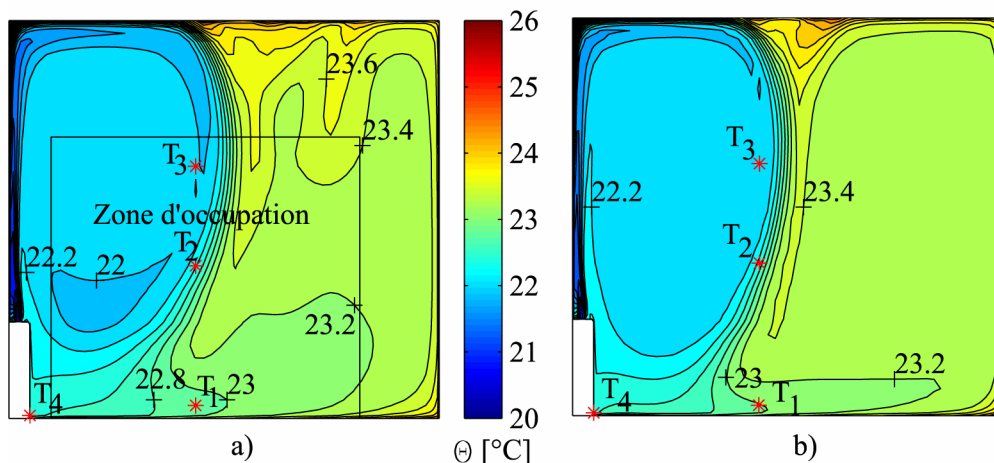


Figure 2 : Distribution de température pour une température de soufflage de 21 °C calculée avec :
(a) le modèle d'ordre réduit, (b) StarCD.

Pour une température de soufflage de 21 °C, l'écart quadratique moyen du modèle d'ordre élevé est ainsi de 0,179 °C pour l'ensemble du local, 0,113 °C dans la zone d'occupation et de 0,062 °C à la reprise. La valeur plus élevée dans le cas de l'ensemble du local s'explique en partie par la difficulté de prédire correctement l'écoulement moteur. Cette remarque est aussi valable dans le cas du régime

permanent à 20 °C. En effet, le jet pénètre nettement dans la zone d'occupation qui subit un écart global de 0,420 °C (cf. figure 2b). Néanmoins, l'étude du régime transitoire (cf. figure 3) montre que seuls les points dans les zones du jet de plus fort gradient de vitesse et de température subissent de tels écarts (écart de 0,439 °C à T2), puisque les points T1 et T3 ont respectivement des écarts de 0,154 °C et 0,170 °C. Les simulations du modèle d'ordre élevé ne nécessitent que quelques minutes de calcul alors que les simulations CFD exigent plusieurs heures. Néanmoins, ces temps de calculs sont encore trop importants pour faire du contrôle en temps réel. De plus, la taille du modèle (2992) est trop grande pour pouvoir définir un contrôleur. Il est donc nécessaire de réduire le modèle.

Les résultats du modèle d'ordre réduit pour les mêmes températures de soufflage montrent que la réduction ne dégrade pas forcément les résultats. Par exemple, dans le cas du régime permanent à 20 °C, l'écart quadratique dans la zone d'occupation diminue à 0,317 °C et à 0,229 °C au point T2 pour le régime transitoire (cf. figure 3). Rappelons que la base de projection est construite à partir des résultats de simulations CFD pour lesquelles l'hypothèse de champ de vitesse fixe n'a pas été faite. La base contient donc des informations sur la variation du champ de vitesse, informations qui sont donc intégrées dans le modèle d'ordre réduit. Pour le régime permanent à 21 °C (cf. figure 2a), la précision du modèle d'ordre élevé est aussi améliorée, respectivement à 0,158 °C et 0,044 °C pour l'ensemble du local et la reprise, et légèrement dégradé dans la zone d'occupation à 0,124 °C, ce qui reste une valeur acceptable. Enfin, la résolution du système d'ordre réduit ne nécessite que quelques secondes.

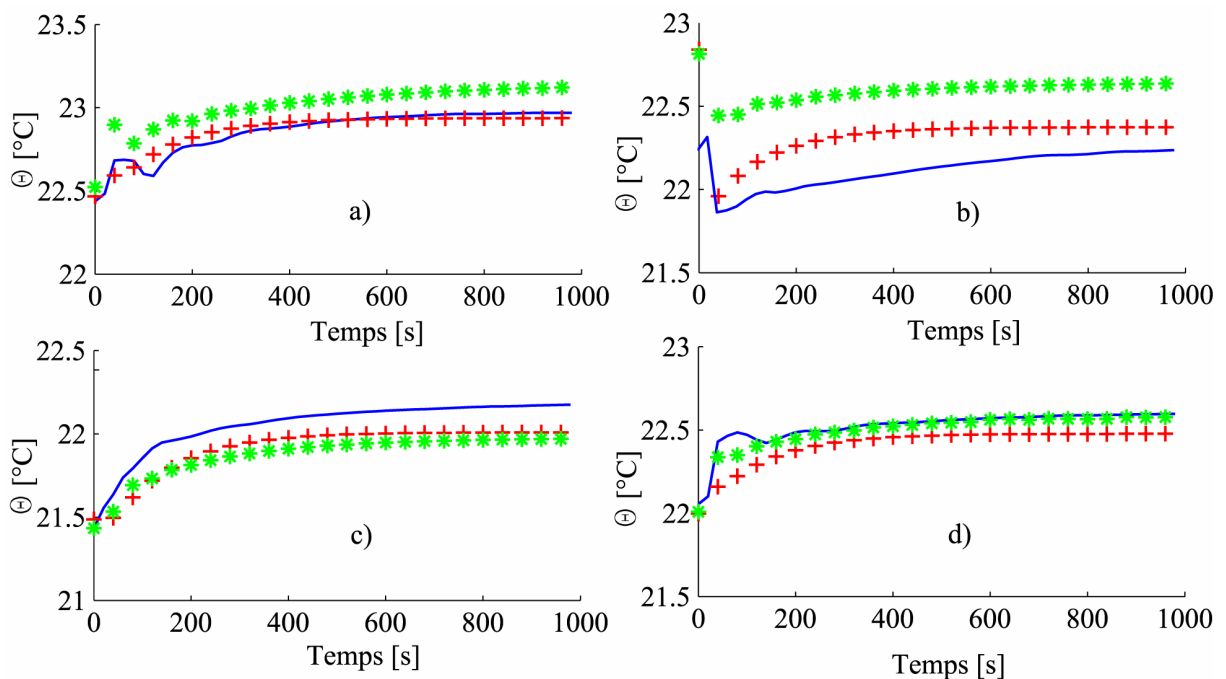


Figure 3 : Régime transitoire des températures pour l'échelon de 20 à 21 °C aux points : (a) T1, (b) T2, (c) T3, (d) T4 ; température calculée avec StarCD (Ligne), avec le modèle d'ordre élevé (étoile) et le modèle d'ordre réduit (croix).

4.2. ESTIMATION ET CONTRÔLE DE LA TEMPÉRATURE DE LA ZONE D'OCCUPATION

L'estimateur a pour fonction de prendre en compte l'écart de température entre le modèle d'ordre réduit et la mesure au point T1 pour corriger et estimer en temps réel la température dans la zone d'occupation. Le calcul de l'estimateur est basé sur l'annulation de cet écart lors du régime transitoire. Pour pouvoir tester les capacités de l'estimateur, la température à la reprise (T4) calculée lors des

simulations sur StarCD est assimilée à la donnée mesurée. Pour cette température, l'estimateur joue parfaitement son rôle puisqu'il annule presque l'écart en régime transitoire à 0,007 °C. L'écart diminue également pour le point T3 à 0,124 °C. Par contre, pour les points T1 et T2, l'écart augmente respectivement à 0,158 °C et 0,325 °C. La figure 3 montre clairement que la différence de température induite par le modèle d'ordre réduit n'a pas le même signe pour les groupes de points (T4 et T3) et (T1 et T2), ce qui explique que l'estimateur ait un comportement différent. Néanmoins, l'écart reste acceptable pour T1 et s'explique par la zone de fort gradient pour T2. Concernant le régime permanent, les écarts sont légèrement dégradés. Ce n'est pas une surprise étant donné que l'estimateur agit sur tout le régime transitoire, et non sur le régime permanent final. L'estimateur permet donc de prédire avec une bonne précision la température dans la zone d'occupation. Il peut donc être intégré à une boucle de contrôle permettant de réguler la température dans cette zone et non, comme à l'habitude, la température à la reprise du ventilo-convecteur

L'étude du contrôle commence, pour chaque configuration, par l'identification d'un modèle du local du premier ordre retardé donné par [Eq. 9]. L'ajout d'un filtre passe bas du premier ordre et de constante de temps T_f conduit alors au contrôleur [Eq. 10]. Il peut être identifié à un contrôleur PI de gain proportionnel K_c et de temps d'intégration T_i définis par [Eq. 11].

$$\tilde{G}_p(s) = \frac{G_o}{1 + T_e s} \exp(-\tau s) \quad [\text{Eq. 9}]$$

$$G_c(s) = \tilde{G}_p^{+1} G_f = \frac{1 + T_e s}{G_o(T_f + \tau)s} \quad [\text{Eq. 10}]$$

$$K_c = \frac{T_e}{G_o(T_f + \tau)}; T_i = T_e \quad [\text{Eq. 11}]$$

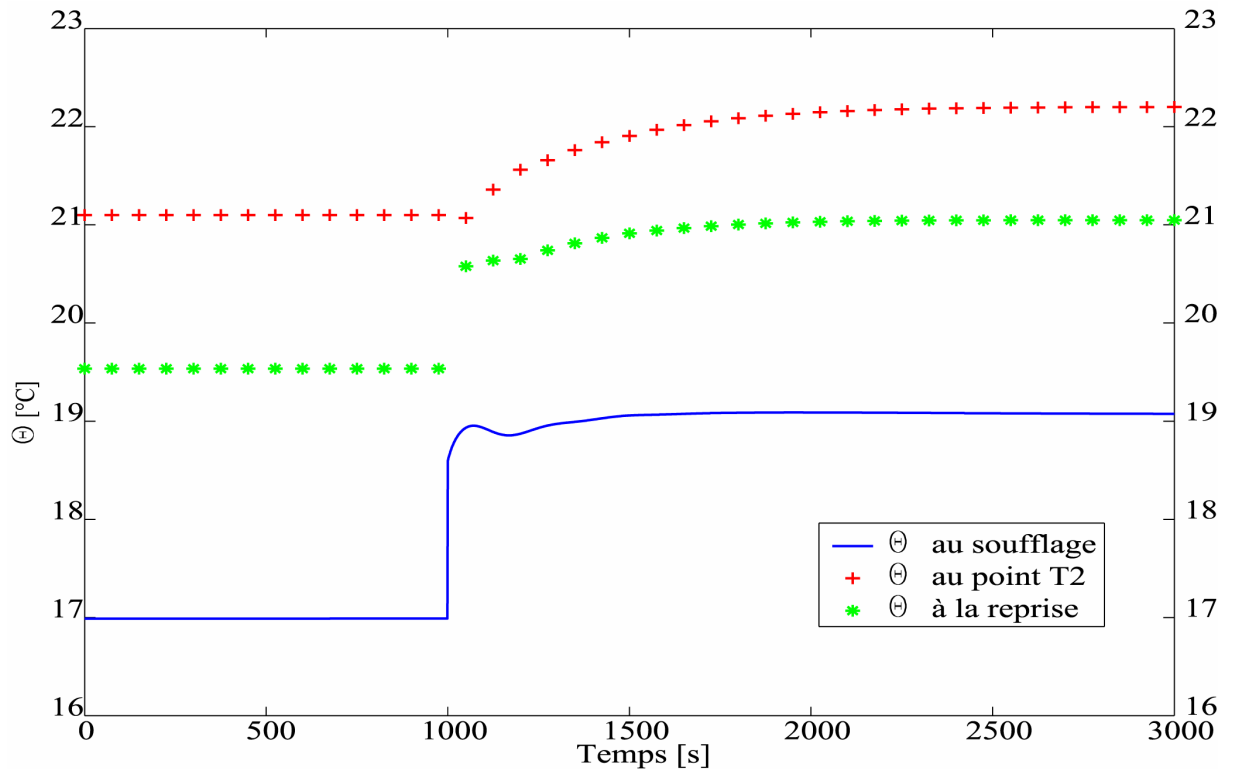


Figure 4 : Contrôle de la température dans la zone d'occupation au point T2.

Un contrôleur PI robuste est créé à partir des 4 contrôleurs ainsi définis, en gardant le gain et la constante de temps les plus élevés, c'est-à-dire $K_c = -0,032$ et $T_e = 286$ s. La constante de temps du filtre est égale à la moitié de la constante de temps la plus élevée du local.

La figure 4 montre le résultat du contrôle de la température au point T2 pour un changement de consigne de 21,1 °C à 22,2 °C intervenu au temps 1000 s. Pour répondre à ce changement, le régulateur modifie la température de soufflage de 17 à 19,1 °C, valeurs cohérentes avec les résultats obtenus sur StarCD. De plus, la différence de température entre la reprise et la zone d'occupation apparaît nettement, ce qui justifie, pour le contrôle thermique du local, la nécessité d'estimer la température dans la zone d'occupation, et de ne pas se contenter de la mesure de la température de reprise.

5. CONCLUSION

Ces résultats montrent qu'un modèle réduit avec la POD permet de prédire correctement et en temps réel la température dans la zone d'occupation et donc de la contrôler. D'autre part, il est possible de tenir compte de la stratification des températures dans les locaux, ce qui devrait se révéler très intéressant dans le cas de grands volumes tels que les atriums. Enfin bien que seul un contrôleur classique de type PI ait été étudié ici, la faible dimension du modèle devrait permettre l'utilisation de contrôleur à modèle interne d'ordre plus élevé, et l'écriture du modèle dans l'espace d'état l'utilisation de la théorie moderne du contrôle.

6. REFERENCES

- Allery, C., Beghein, C., Hamdouni, A. (2005) « Applying proper orthogonal decomposition to the computation of particle dispersion in a two-dimensional ventilated cavity » *Nonlinear Science and Numerical Simulation*, vol. 10, n° 8, p. 907-920.
- Ghiaus, C. M., Peng, X., Van Passen, A. (1995) « A state-space representation of the dynamic model of air temperature distribution » *19th International Congress of refrigeration*, La Hague.
- Gunes, H. (2002) « Low-order dynamical models of thermal convection in high-aspect ratio enclosures » *Fluid Dynamics Research*, vol. 30, n° 1, p. 1-30.
- Huerre, P. (2006) « Contrôle optimal », 1^{ère} école de printemps : *Optimisation et contrôle des écoulements et des transferts*, Aussois.
- Leonard, B. P. (1981) « A survey of finite difference with upwinding for numerical modelling of incompressible convective diffusion equation » *Computational techniques in transient and turbulent fluid flow*, Vol. 2. Electronic digital computers-Scientific applications Pineridge Press Limited.
- Lu, W., Howarth, A. T., Jeary, A. P. (1997) « Prediction of airflow and temperature field in a room with convective heat source » *Building and Environment*, vol 32, n° 6, p. 541-550.
- Murakami, S. (1990) « Computational wind engineering » *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, vol 36, n° 1-3, p. 517-538.
- Peng, X. (1996) « Modeling of indoor thermal conditions for comfort control in buildings » Thèse de doctorat, Faculty of mechanical engineering and marine technology, Delft university of technology.
- STARCD (1999) « Methodology » Adapco, Melville, USA.
- Tham, M. T. (2002), « Internal model control », notes de cours : *Introduction to robust control*, université de Newcastle.