

Méthode du gradient projeté avec contrôle d'erreur : une méthode simple et efficace en fiabilité des structures

Xuan Son Nguyen

LMDC – INSA-UPS Toulouse, 135 avenue de Rangueil, 31077 Toulouse

RESUME. Actuellement, le recours aux approches probabilistes est de plus en plus fréquent dans la conception et la requalification des structures de Génie Civil. L'indice de fiabilité de Hasofer-Lind est devenu la mesure de fiabilité référencée dans les codes de conception et de dimensionnement. Le calcul de cet indice est un problème d'optimisation sous contrainte dont un algorithme itératif simple a été proposé par Rackwitz et Fiessler, basé sur la méthode du gradient projeté. L'inconvénient de cette méthode réside dans ce que l'évaluation du vecteur gradient de la fonction d'état limite est souvent réalisée par différences finies. Si l'incrément choisi pour ce calcul donne une variation de la réponse inférieure à la précision du résultat sur la fonction d'état limite, l'algorithme peut donner des résultats erronés, voire ne pas converger. Pour pallier cet inconvénient, nous proposons, dans cette étude, une méthode dite « Méthode du gradient projeté avec contrôle d'erreur » en introduisant dans l'algorithme de Rackwitz-Fiessler une procédure de choix de l'incrément qui tient compte de la précision numérique du résultat sur la fonction d'état limite. Des exemples sont présentés pour démontrer l'efficacité de la méthode proposée.

MOTS-CLÉS : Méthodes probabilistes, Algorithme de Rackwitz-Fiessler, Contrôle d'erreur.

ABSTRACT. Today, probabilistic approaches are frequently resorted to in the design of new Civil Engineering structures and structural analysis of existing constructions. The so-called Hasofer-Lind's reliability index is the most popular reliability measure in design codes. This index can be determined by several minimizations under constraint algorithms, such as Rackwitz-Fiessler's algorithm which bases on the projected gradient method. The drawback of this method lies in the estimation of the gradient vector of the limit state function which is often carried out by finite differences. If the increment chosen for this estimation gives a variation of the result lower than the accuracy of result on the limit state function, the algorithm could give erroneous results, not to even converge. In order to circumvent this inconvenience, we propose, in this paper, a method called "Projected gradient method with error control" by introducing into the Rackwitz-Fiessler's algorithm a procedure for choosing judiciously the increment for calculations of the gradient vector by finite differences, which takes into account the numerical accuracy of the results on the limit state function. The efficiency of the proposed method can be judged from examples taken from the literature.

KEYWORDS : Probabilistic methods, Rackwitz-Fiessler's algorithm, Error control.

1. INTRODUCTION

Actuellement, la méthode des éléments finis est l'outil numérique le plus adapté pour la conception et la requalification des structures de Génie Civil. Elle permet de discrétiser des équations mécaniques et de tenir compte des comportements non linéaires des matériaux et des structures. Les paramètres d'entrée pour un modèle aux éléments finis ne constituent pas toujours des valeurs certaines en raison des incertitudes qui les affectent. Les caractéristiques mécaniques des matériaux constitutifs des ouvrages, de même que leur géométrie et les actions appliquées présentent ainsi des écarts aléatoires par rapport aux valeurs de projet. L'approche probabiliste constitue alors un outil rationnel pour tenir compte de ces aléas dans l'estimation de la sécurité ou de la durabilité des ouvrages. Celle-ci requiert

un couplage entre le modèle aux éléments finis et l'algorithme probabiliste proprement dit. Les possibilités actuelles de raffinement des modèles s'accompagnent d'une inflation des temps de calcul limitant la mise en œuvre pratique des méthodes probabilistes. Le développement d'outils pour l'approche probabiliste permettant de minimiser le temps de calcul en assurant la précision des résultats reste d'actualité.

L'indice de fiabilité de Hasofer-Lind (Hasofer et al., 1974) (Madsen et al., 1986) est fréquemment utilisé pour estimer la fiabilité d'une structure. Cet indice, noté β_{HL} , est défini dans l'espace des variables aléatoires normales centrées réduites et stochastiquement indépendantes, appelé espace standardisé. β_{HL} est défini comme la distance minimale de l'origine de l'espace gaussien à un point de la surface d'état limite. (Rackwitz et al., 1979) ont proposé un algorithme itératif robuste pour déterminer cet indice d'Hasofer-Lind. Cet algorithme, ainsi d'ailleurs que les algorithmes qui en ont été dérivés afin de l'améliorer, nécessitent le calcul du vecteur gradient qui est composé des dérivées partielles de la fonction d'état limite par rapport aux variables normées. Ce calcul est très délicat lorsque la fonction d'état limite est définie à partir d'un modèle numérique ne fournissant que des approximations de la solution exacte du problème, ce qui peut entraîner des erreurs ou des non convergences dans certains cas. Pour pallier ce problème, nous proposons, dans cette étude, une procédure simple et efficace de choix de l'incrément pour évaluer des dérivées partielles de la fonction d'état limite selon la méthode des différences finies. Cette procédure effectuée en tenant compte de la précision numérique du modèle permet d'augmenter la précision des résultats obtenus et de réduire le temps de calculs numérique.

2. ALGORITHME DE RACKWITZ-FIESSLER ET DIFFICULTES DE LA METHODE

Le calcul de l'indice d'Hasofer-Lind est un problème d'optimisation sous contrainte. La fonction à minimiser est la distance euclidienne dans l'espace standardisé. Rackwitz et Fiessler (Rackwitz et al., 1979) ont proposé une méthode itérative qui résout le problème en générant une suite de points qui converge vers une solution optimale. Le point de défaillance le plus probable est obtenu par itérations successives lorsque la précision ε_β souhaitée sur l'indice de fiabilité est obtenue, soit pour deux itérations successives k et $(k+1)$:

$$|\beta_{HL(k+1)} - \beta_{HL(k)}| \leq \varepsilon_\beta \quad [\text{Eq. 1}]$$

L'indice $\beta_{HL(k+1)}$ est la norme du vecteur des variables aléatoires dans l'espace standardisé $\bar{U}_{(k+1)}$, déduit du vecteur $\bar{U}_{(k)}$ par :

$$\bar{U}_{(k+1)} = \left(\bar{U}_{(k)}^T \alpha_{(k)} + \frac{G(\bar{U}_{(k)})}{\|\nabla(G(\bar{U}_{(k)}))\|} \right) \alpha_{(k)} \quad [\text{Eq. 2}]$$

$$\text{avec } \alpha_{(k)} = - \frac{\nabla(G(\bar{U}_{(k)}))}{\|\nabla(G(\bar{U}_{(k)}))\|} \quad [\text{Eq. 3}]$$

L'inconvénient de cette méthode réside dans la nécessité d'évaluation du vecteur gradient de la fonction d'état limite $\nabla(G(\bar{U}))$ dans l'équation [Eq. 2]. Or la fonction d'état limite est définie en

fonction des variables physiques. Il est donc nécessaire de calculer les dérivées partielles dans l'espace standardisé à partir des dérivées partielles dans l'espace physique. Ce calcul est effectué par :

$$\frac{\partial G(\bar{U})}{\partial U_i} = \nabla(G(\bar{X})) \cdot \frac{\partial \bar{X}}{\partial U_i} \quad [\text{Eq. 4}]$$

où $\partial G(\bar{U})/\partial U_i$ est la dérivée partielle de la fonction d'état limite par rapport à la variable normée U_i , $\nabla(G(\bar{X}))$ le vecteur gradient de la fonction d'état limite par rapport aux variables physiques $\bar{X}$. Le passage entre les deux espaces normé et physique est réalisé par une transformation probabiliste T , par exemple la transformation de Nataf (Nataf, 1962) (Ditlevsen et al., 1996). $\partial \bar{X}/\partial U_i$ est alors calculé par :

$$\frac{\partial \bar{X}}{\partial U_i} = \frac{T(\bar{U} + \Delta U_i \times \bar{E}_i) - T(\bar{U})}{\Delta U_i} \quad [\text{Eq. 5}]$$

où ΔU_i est un incrément selon l'axe U_i et $\bar{E}_i$ est le vecteur unitaire de la base standard pour la variable U_i . Dans de nombreux problèmes pratiques, une formulation explicite des gradients de la fonction d'état limite par rapport aux variables physiques n'est pas disponible. Il est donc nécessaire de recourir aux calculs par différences finies. Selon cette méthode, la dérivée partielle de la fonction $G(\bar{X})$ par rapport à la variable X_i (composante du vecteur gradient $\nabla(G(\bar{X}))$) est estimée par :

$$\frac{\partial G(\bar{X})}{\partial X_i} = \frac{G(\bar{X} + \Delta X_i \times \bar{E}_i) - G(\bar{X})}{\Delta X_i} \quad [\text{Eq. 6}]$$

où ΔX_i est un incrément selon l'axe X_i et $\bar{E}_i$ est le vecteur unitaire de la base standard pour la variable X_i . Ce calcul peut conduire à une erreur et à la non convergence de la suite $\bar{U}_{(1)}, \dots, \bar{U}_{(k)}$, liés à l'incompatibilité entre la taille de l'incrément et la précision du modèle, si l'incrément ΔX_i choisi pour ce calcul donne une variation de la réponse sur la fonction d'état limite inférieure à la précision du résultat sur cette fonction, ce qui risque bien évidemment d'être le cas si l'on souhaite calculer finement le gradient en adoptant une faible valeur pour l'incrément ΔX_i . En effet la réponse des modèles numériques présente toujours une partie déterministe et une partie aléatoire proportionnelle aux erreurs admises dans les algorithmes de résolution des procédures non linéaires. Ainsi, si l'incrément ΔX_i est trop petit, la différence des réponses du modèle entre les deux bornes de l'incrément est aléatoire. Pour estimer correctement une différence finie il faut évidemment imposer à l'incrément une valeur suffisamment grande pour que la composante aléatoire de la différence des réponses devienne négligeable. De plus, il est illusoire de ré-estimer une différence finie dans une direction de l'espace tant que le point courant de la procédure itérative ne s'est pas suffisamment éloigné de l'endroit où l'on avait estimé la précédente « différence finie ».

3. PROCEDURE POUR CHOISIR L'INCREMENT LORS DE L'ESTIMATION DU GRADIENT

Pour pallier l'inconvénient de la méthode de Rackwitz-Fiessler, il convient de choisir judicieusement l'incrément pour le calcul des dérivées partielles par différence finies à chaque itération de l'algorithme. Pour prendre en compte de façon « automatique » les considérations mentionnées au dessus, nous proposons donc d'intégrer à l'algorithme de Rackwitz-Fiessler une procédure combinant le gradient de l'itération précédente et la précision du modèle de défaillance pour

calculer la taille minimale des incréments à utiliser pour estimer le nouveau gradient. Le choix de l'incrément est effectué en espace physique. Soient $\bar{X}$ le vecteur des variables aléatoires dans l'espace physique dont les composantes sont X_i . Supposons que la fonction d'état limite soit définie comme la différence entre la résistance de la structure et la sollicitation appliquée : $G(\bar{X}) = R - S$ où R est la résistance et S la sollicitation appliquée. L'incrément pour calculer le gradient doit être choisi supérieur à une valeur minimale, sinon le calcul du gradient devient inexact. Les étapes de choix de l'incrément ΔX_i dans l'espace physique sont les suivantes :

Pour la première itération, ne connaissant pas la sensibilité du modèle aux différentes variables, on choisit l'incrément arbitrairement très grand :

$$\Delta X_i = k_{g1} \cdot \varepsilon_m \cdot x_i \quad [\text{Eq. 7}]$$

où x_i est la réalisation de la variable X_i , k_{g1} est un coefficient d'amplification ($k_{g1} > 1$, on propose $k_{g1} = 10$), ε_m la précision numérique relative du modèle (celle de la procédure itérative d'un modèle aux éléments finis la plupart du temps). Pour les itérations suivantes, comme mentionné ci-dessus, ΔX_i est choisi de telle sorte que la variation de la fonction $G(\bar{X})$ sur ΔX_i soit supérieure à la précision numérique du modèle. A l'itération k ($k > 1$), ΔX_i est donc calculé par :

$$(\Delta X_i)_{(k)} = \left| k_{g2} \frac{(\Delta G(\bar{X}))_{(k-1)}}{\left(\frac{\partial G(\bar{X})}{\partial X_i} \right)_{(k-1)}} \right| = \left| k_{g2} \frac{(\varepsilon_R \cdot R + \varepsilon_S \cdot S)_{(k-1)}}{\left(\frac{\partial G(\bar{X})}{\partial X_i} \right)_{(k-1)}} \right| \quad [\text{Eq. 8}]$$

où k_{g2} est un coefficient de précision ($k_{g2} > 1$, on propose $k_{g2} = 10$) et $\left(\frac{\partial G(\bar{X})}{\partial X_i} \right)_{(k-1)}$ est la dérivée partielle estimée à l'itération précédente ($k-1$) selon l'axe X_i . Dans l'équation [Eq. 8] $\Delta G(\bar{X}) = \Delta R + \Delta S = \varepsilon_R \cdot R + \varepsilon_S \cdot S$ est l'erreur numérique maximale possible sur la fonction d'état limite, ΔR et ΔS sont respectivement l'erreur sur l'évaluation de la résistance R et la sollicitation S , ε_R est la précision numérique sur R et ε_S est la précision numérique sur S .

Comme nous l'avons dit, il peut arriver que deux points consécutifs de la procédure itérative de Rackwitz-Fiessler se trouvent à une distance inférieure à celle requise pour évaluer correctement la dérivée partielle. Dans ce cas, nous préconisons de ne pas réactualiser la dérivée partielle tant que la distance parcourue n'est pas supérieure à celle requise pour évaluer la dérivée partielle. La condition pour actualiser une composante i du vecteur gradient est donc :

$$\left| \sum_{k=m_0}^m \left((X_i)_{(k)} - (X_i)_{(k-1)} \right) \right| > \Delta X_i \quad [\text{Eq. 7}]$$

où $(X_i)_{(k)} - (X_i)_{(k-1)}$ est la distance mesurée sur l'axe X_i entre deux dernière itérations de l'algorithme de Rackwitz-Fiessler, m_0 le numéro d'itération lors du dernier calcul de la dérivée partielle sur l'axe X_i et m le numéro d'itération actuelle. Cette dernière astuce permet d'économiser les évaluations de la fonction d'état limite selon les axes pour lesquels l'optimum est atteint. Au final, le choix des incréments en fonction de l'erreur possible sur le modèle combiné à cette technique limitant

le nombre de réévaluations des dérivées partielles conduit à favoriser et à accélérer la convergence de l'algorithme.

4. TEST DE VITESSE DE CONVERGENCE

Nous donnons ci dessous deux exemples pour illustrer le gain en vitesse de convergence apporté par le fait de ne pas réévaluer systématiquement des dérivées partielles. Les résultats obtenus sont la valeur de l'indice de fiabilité d'Hasofer-Lind, les coordonnées du point de conception P^* , la valeur de la fonction d'état limite au point P^* $G(\bar{u}^*)$ qui vaut zéro si P^* se trouve exactement sur la surface de défaillance et le nombre de calculs de la fonction d'état limite N_e (indicateur du temps de calcul associé à la méthode). Par la suite, la méthode que nous proposons est appelée la méthode du Gradient Projeté Avec Contrôle d'Erreur - GPACE. Les critères de convergence de la méthode GPACE sont pris très sévèrement : la précision sur β_{HL} $\epsilon_\beta = 0,001$ et la précision entre deux points consécutifs de l'algorithme $\epsilon_p = 0,01$.

4.1. EXEMPLE 1

Cet exemple a été proposé par (Madsen et al., 1986). La fonction d'état limite est définie par :

$$G(\bar{X}) = X_2 X_3 X_4 - \frac{X_5 X_3^2 X_4^2}{X_6 X_7} - X_1 \quad [\text{Eq. 8}]$$

Les variables aléatoires sont normalement distribuées et mutuellement non corrélées. Les moyennes et écart-types sont donnés dans le Tableau 1.

Variable	Distribution	Moyenne	Ecart-type
X_1	Normal	0,01	0,003
X_2	Normal	0,30	0,015
X_3	Normal	360	36
X_4	Normal	226×10^{-6}	$11,3 \times 10^{-6}$
X_5	Normal	0,5	0,05
X_6	Normal	0,12	0,006
X_7	Normal	40	6

Tableau 1 : Caractéristiques des variables aléatoires - Exemple 1

La fonction d'état limite est explicite. La précision numérique utilisée dans GPACE est donc très fine, $\epsilon_m = 10^{-7}$. Les résultats obtenus sont présentés dans le Tableau 2.

Référence /Méthode	β_{HL}	U_1^*	U_2^*	U_3^*	U_4^*	U_5^*	U_6^*	U_7^*	N_e
Madsen	3,4127	2,615	-0,831	-1,866	-0,790	0,037	-0,019	-0,056	40
GPACE	3,4134	2,616	-0,828	-1,868	-0,787	0,060	-0,030	-0,090	26

Tableau 2 : Résultats obtenus - Exemple 1

L'indice de fiabilité β_{HL} et les coordonnées du point P^* obtenus par les deux méthodes sont similaires. GPACE est toutefois plus efficace en termes de temps de calcul (nombre d'appels au calcul de la fonction d'état limite N_e) que la méthode de Rackwitz-Fiessler classique présentée dans (Madsen et al., 1986). Les différentes itérations de GPACE sont montrées dans le Tableau 3. Dans cet exemple, GPACE a demandé 5 itérations avec 26 appels à la fonction d'état limite. Par rapport à l'algorithme classique, GPACE a économisé $40 - 26 = 14$ appels à la fonction d'état limite. Après 5 itérations,

l'indice de fiabilité β_{HL} converge vers une valeur stable et la valeur de la fonction d'état limite au point P^* converge vers zéro. La méthode GPACE a économisé des calculs de la fonction d'état limite en ne réévaluant pas les dérivées partielles pour les variables aléatoires auxquelles la réponse de la fonction d'état limite est peu sensible. Le Tableau 4 récapitule les démarches d'évaluation des dérivées partielles de la fonction d'état limite par rapport aux variables aléatoires.

Itération n°		1	2	3	4	5
Point P^*	U_1^*	2,4018	2,6284	2,6139	2,6166	2,6163
	U_2^*	-0,9771	-0,8319	-0,8325	-0,8282	-0,8181
	U_3^*	-1,8437	-1,8488	-1,8661	-1,8673	-1,8678
	U_4^*	-0,9219	-0,7904	-0,7918	-0,7869	-0,7867
	U_5^*	0,0552	0,0371	0,0601	0,0601	0,0601
	U_6^*	-0,0276	-0,0186	-0,0300	-0,0301	-0,0301
	U_7^*	-0,0828	-0,0563	-0,0901	-0,0902	-0,0902
β_{HL}		3,3141	3,4130	3,4128	3,4134	3,4134
$G(\bar{u}^*)$		$1,372 \times 10^{-2}$	$4,315 \times 10^{-4}$	$8,039 \times 10^{-7}$	$2,057 \times 10^{-6}$	$4,413 \times 10^{-8}$
Distance $\ P_m^* - P_{(m-1)}^*\ $		-	0,301	0,048	$7,230 \times 10^{-3}$	$6,118 \times 10^{-4}$
N_e		8	8	5	3	2

Tableau 3 : Itérations dans la méthode GPACE

Itération n°		1	2	3	4	5
Variable	U_1	oui	oui	oui	oui	oui
	U_2	oui	oui	oui	non	non
	U_3	oui	oui	oui	oui	non
	U_4	oui	oui	oui	non	non
	U_5	oui	oui	non	non	non
	U_6	oui	oui	non	non	non
	U_7	oui	oui	non	non	non

Tableau 4 : Démarches d'évaluation des dérivées partielles

On trouve que, GPACE n'évalue donc pas les dérivées partielles de la fonction d'état limite par rapport aux variables dont l'influence et la distance parcourue pour deux itérations consécutives sont faibles. Par exemple, A partir de 3^{ème} itération, GPACE ne réévalue pas les dérivées partielles de la fonction d'état limite par rapport aux variables U_5 , U_6 , U_7 et prend leurs valeurs à l'itération 2. Cet exemple montre bien la vitesse de convergence de la méthode GPACE par rapport la méthode de Rackwitz-Fiessler classique.

4.2. EXEMPLE 2

Dans cet exemple, nous considérons une poutre en béton armé exposée à la carbonatation qui a été analysée dans (Duprat et al., 2006). La fonction d'état limite est définie comme l'atteinte des armatures par le front de carbonatation, permettant une initiation de la corrosion des armatures :

$$G(\bar{X}) = e - d(D, \tau, Q, R) \quad [\text{Eq. 9}]$$

où e est l'enrobage du béton, $d()$ la profondeur carbonatée calculée avec un modèle aux éléments finis 2D du phénomène de carbonatation du béton. Les caractéristiques des variables aléatoires sont présentées dans le Tableau 5. La précision numérique utilisée dans GPACE est $\epsilon_m = 10^{-5}$. Le Tableau 6 montre les résultats obtenus pour la carbonatation de la poutre à 5 ans. On trouve que β_{HL} et les

coordonnées du point P^* obtenus par GPACE et la méthode de surface de réponse dans (Duprat et al., 2006) sont bien similaires. L'intérêt de la méthode GPACE ici est le nombre total de calculs de la fonction d'état limite. GPACE est plus efficace que la méthode de surface de réponse dans (Duprat et al., 2006) en termes de temps de calcul. Après 6 itérations, β_{HL} converge vers une valeur stable et la valeur de la fonction d'état limite au point P^* converge vers zéro (voir Figure 1).

Variable	Distribution	Moyenne	Ecart-type
Diffusivité du CO_2 : D	Lognormale	$1 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$	$0,8 \times 10^{-8} \text{ m}^2/\text{s}$
Tortuosité : τ	Uniforme (0,1 à 0,9)	0,5	0,23
Résistance du béton : R	Lognormale	35 MPa	5 MPa
Enrobage : e	Lognormale	2 cm	0,4 cm
Charge appliquée : Q	Gumbel Max	$1,04 \text{ KN/m}^2$	$0,4 \text{ KN/m}^2$

Tableau 5 : Caractéristiques des variables aléatoires - Exemple 2

Référence/ Méthode	β_{HL}	U_1^*	U_2^*	U_3^*	U_4^*	U_5^*	$G(\bar{u}^*)$	N_e
Duprat	3,998	3,601	0,131	$-9,64 \times 10^{-4}$	-1,731	$-1,65 \times 10^{-2}$	$6,15 \times 10^{-6}$	43
GPACE	3,925	3,339	0,083	$-2,49 \times 10^{-3}$	-2,026	$-2,48 \times 10^{-2}$	$8,69 \times 10^{-5}$	26

Tableau 6 : Résultats obtenus - Exemple 2

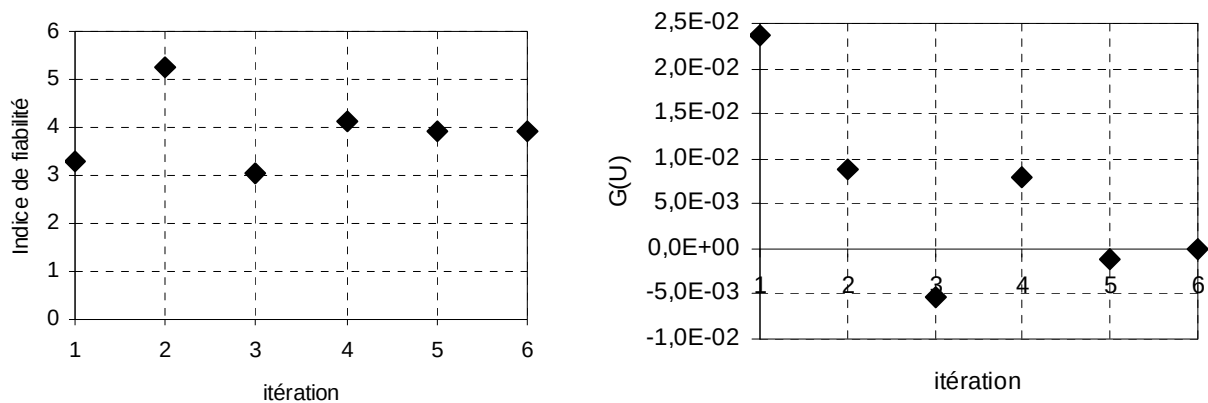


Figure 1 : β_{HL} et $G(\bar{u}^*)$ pour chaque itération - Méthode GPACE

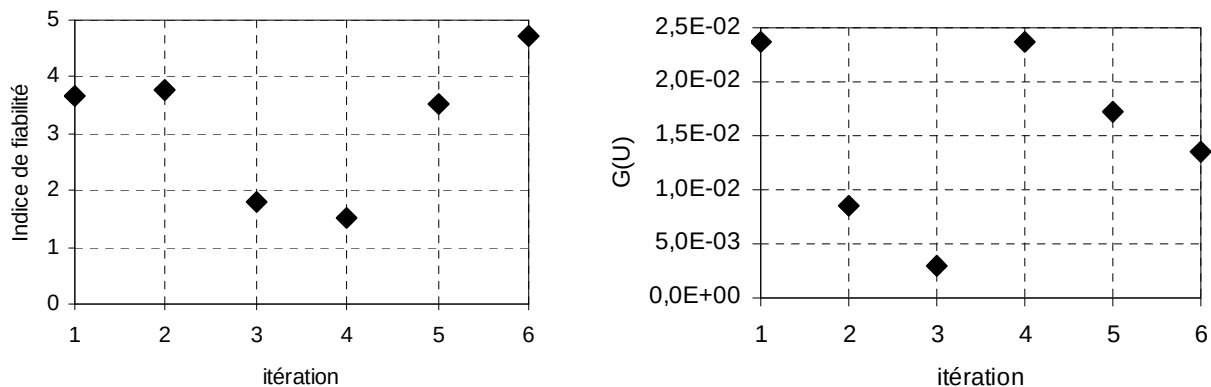


Figure 2 : β_{HL} et $G(\bar{u}^*)$ pour chaque itération - Méthode sans contrôle d'erreur

La Figure 2 représente l'indice de fiabilité β_{HL} et la valeur de la fonction d'état limite pour les 6 premières itérations dans le cas où l'on utilise l'algorithme de Rackwitz-Fiessler classique sans contrôle d'erreur. L'incrément pour l'estimation de la dérivée partielle de $G(\bar{X})$ est fixé proportionnellement à la valeur de l'écart-type de la variable associée à l'axe considéré, dans un rapport de 10^{-3} , valeur fréquemment appliquée en pratique. On constate que l'indice de fiabilité ne converge pas vers une valeur stable et que la valeur de la fonction d'état limite au point de conception P^* n'est pas égale à zéro, ni même proche de zéro par rapport à sa valeur au centre du repère standardisé, soit $2,37 \times 10^{-2}$ (cm). Cette non convergence de la méthode sans contrôle d'erreur vient de l'imprécision du calcul des gradients : la variation de la réponse sur la fonction d'état limite reste inférieure à la précision du résultat sur cette fonction, pour l'incrément considéré sur certains axes. Cet exemple montre bien l'efficacité de la méthode GPACE : au-delà de la précision sur l'indice de fiabilité, de l'appartenance du point P^* à la surface d'état limite, c'est la convergence même de l'algorithme qui est conditionnée par le contrôle d'erreur. Il convient également de souligner que seul aspect numérique est à l'origine de la non convergence de l'algorithme classique, et non la forme de la fonction d'état limite, régulière et sans discontinuité au voisinage de P^* .

5. CONCLUSION

Dans cette étude, une méthode simple et efficace a été proposée pour permettre l'utilisation de l'algorithme de Rackwitz-Fiessler dans le cas où le modèle associé à la fonction d'état limite ne peut être défini qu'avec une certaine précision, ce qui est par exemple le cas pour les modèles aux éléments finis. Une procédure intégrée dans l'algorithme de Rackwitz-Fiessler tient compte de la précision numérique du modèle physique pour le choix de l'incrément de calcul utilisé lors de l'estimation des dérivées partielles de la fonction d'état limite par différences finies. Elle permet d'une part d'estimer correctement les vecteurs gradients utilisés par l'algorithme de Rackwitz-Fiessler et d'autre part d'économiser des calculs de la fonction d'état limite (en ne réévaluant pas systématiquement les dérivées partielles pour les variables aléatoires auxquelles le modèle est peu sensible). Les résultats obtenus sur un exemple analytique issu de la littérature et sur un exemple de modélisation numérique en durabilité (carbonatation du béton d'enrobage) montrent bien l'intérêt de la méthode proposée, qui ouvre une voie "carrossable par tout temps" dans l'approche probabiliste.

6. BIBLIOGRAPHIE

- Ditlevsen O., Madsen H.O. (1996) « Structural Reliability Methods » *John Wiley & Sons*.
- Duprat F., Sellier A. (2006) « Probabilistic approach to corrosion risk due to carbonation via an adaptive response surface method » *Probabilistic Engineering Mechanics* 21 (2006), p 207-216.
- Hasofer A. M. et Lind N. C. (1974) « An exact and invariant second moment code format » *Journal of Engineering Mechanics*, vol 100, p 111-121.
- Madsen H. O., Krenk S. et Lind N. C (1986) « Methods of structural safety » *Prentice Hall*.
- Nataf A. (1964) « Détermination des distributions dont les marges sont données » *Comptes-rendus de l'Académie des sciences*, 225, p 42-43.
- Rackwitz R., Fiessler B. (1979) « Structural reliability under combined random load sequences » *Computers & Structures*, vol. 9, p 489-494.