

# Modèle d'endommagement avec refermeture de la porosité pour le calcul des ouvrages souterrains

François Martin<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> LMT Cachan, ENS Cachan/Univ. Paris 6/CNRS, 61 avenue du Président Wilson, 94235 CACHAN Cedex – [martin@lmt.ens-cachan.fr](mailto:martin@lmt.ens-cachan.fr)

<sup>2</sup> Centre d'Etudes des Tunnels, 25 avenue François Mitterrand, 69675 BRON cedex, France

---

*RESUME.* Un modèle d'endommagement est proposé pour modéliser le déconfinement des terrains autour d'une excavation souterraine. La loi de comportement s'appuie, d'une part sur une évolution continue d'une variable scalaire d'endommagement et, d'autre part, sur une refermeture progressive des la porosité avec la déformation volumique. La loi de refermeture proposée permet de coupler directement la raideur à la pression hydrostatique qui règne autour de la cavité hors-nappe, comme souvent observé in situ. La mécanique de l'endommagement continu nous permet de facilement rendre compte des non-linéarités pour différents niveaux de déformations. L'identification des paramètres est réalisable au moyen de simples essais triaxiaux de révolution. Une application 1D avec les hypothèses de la méthode convergence-confinement puis une approche aux éléments-finis issue du modèle précédent sont ensuite proposées puis appliquées à des projets de tunnels.

*MOTS-CLÉS :* endommagement, tunnels, porosité, non-local.

---

---

*ABSTRACT.* A damage model is proposed to modelize ground loss of confinement around an underground excavation. The constitutive law is based, on the one hand on a continuous evolution of a damage scalar variable and, on the other hand, on a progressive closure of porosity with the volumetrical deformation. This law makes it possible to directly couple the stiffness with the hydrostatic pressure around the cavity in dry grounds, as often observed in situ. The continuum damage mechanics allows us to easily represent non-linearities at different strain level. Identification of parameters is carried out by the means of classical triaxial tests. A 1D application with the convergence-confinement method hypothesis and a finite element approach resulting from the precedent model are then proposed and applied to tunnels projects.

*KEYWORDS :* damage, tunnels, porosity, non-local.

---

## 1. INTRODUCTION

La mécanique de l'endommagement permet de rendre compte de la dégradation progressive des structures jusqu'à l'amorçage d'une fissure. Les théories associées concernent toutes les classes de matériaux : métaux (Lemaitre *et al.*, 2005). La forme incrémentale des lois considérées permet de traiter l'endommagement comme part du comportement d'un matériau ou d'une structure. Des paramètres d'endommagement sont introduits au même titre que les paramètres d'élasticité et de plasticité.

La mécanique de la rupture mais aussi les lois de plasticité avec écrouissage négatif ayant prouvé leur efficacité pour les géomatériaux, relativement peu de modèles d'endommagement ont été appliqués au problème du dimensionnement des tunnels (Bouvard-Lecoanet *et al.*, 1992; Laigle, 2004)

pour lesquels leur sont souvent préférés des modèles de plasticité, souvent pour le faible nombre de paramètres introduits (Hoek et al., 2002). Le phénomène d'endommagement des matériaux rocheux est néanmoins connu depuis longtemps (Wawersik et al., 1970). Il se traduit concrètement par une perte progressive de rigidité, accompagnée le plus souvent d'un radoucissement (Charlez, 1991). A l'échelle des minéraux, des micro-fissures s'ouvrent entre grains et se rejoignent progressivement (par "coalescence") jusqu'à l'apparition puis la propagation de la fissure macroscopique conduisant à la ruine.

Il peut sembler étonnant que ces caractéristiques physiques soient aussi communément modélisées sous le vocable "plasticité" mais les théories correspondantes – non associées – se sont souvent montrées efficaces. Il est néanmoins un point important non pris en compte lorsque tout l'effort de modélisation est porté sur la partie plastique du comportement : les changements de raideur élastique ou perte de raideur par endommagement comme déjà mentionné, mais aussi gain de raideur par refermeture de la porosité et/ou des microfissures initiales (Pijaudier-Cabot et al., 1996).

Dans le présent travail nous proposons de nous affranchir de la plasticité afin de restreindre au maximum le nombre de paramètres caractéristiques du matériau. Un modèle simple d'endommagement est considéré (Marigo, 1981; Martin et al., 2006b) et couplé de manière originale avec la porosité. Il est appliqué au cas particulier des travaux souterrains.

## 2. UNE MODELISATION DE LA REFERMETURE DE LA POROSITE

Les essais triaxiaux, sur une grande majorité de géomatériaux, montrent classiquement une augmentation de la raideur initiale avec la pression de confinement. Cette variation peut avoir des conséquences non-négligeables sur les calculs numériques, en particulier pour les terrains restant en zone élastique, à faible profondeur. On peut expliquer ce phénomène par la refermeture des vides initiaux du matériau et par la mise en contact progressive des parois des micropores et microfissures originels. Une fois les vides refermés, un autre mécanisme prend le dessus : plasticité ou endommagement dans notre étude.

En terme de modélisation, une façon simple de procéder consiste à relier la valeur du module d'Young à la porosité intrinsèque  $n$  du matériau. Si l'on fait l'hypothèse que les pertes de raideur ne seront pas dues à une augmentation de cette quantité mais à un processus irréversible d'endommagement, décrit au paragraphe 3, l'évolution de la porosité est gouvernée par l'équation de conservation de la masse, écrite sous forme différentielle ou intégrée,

$$\frac{dn}{1-n} = d \langle \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon} \rangle_- \quad \text{ou} \quad n = 1 - (1 - n_0) e^{-\langle \varepsilon_v \rangle_-} \quad [\text{Eq.1}]$$

où  $\boldsymbol{\varepsilon}$  est le tenseur de déformation, sa trace correspond à la déformation volumique, notée  $\varepsilon_v$  (instant initial d'indice 0, avec  $\varepsilon_{v0} = 0$ ). La notation  $\langle x \rangle_-$  signifie "partie négative de la quantité  $x$ ",  $\langle x \rangle_- = \min(x, 0)$ . La partie positive sera notée ultérieurement  $\langle x \rangle_+ = \max(x, 0)$ .

La loi [1] interdit la croissance de la porosité au profit (ultérieur) de l'endommagement et modélise la fermeture des vides et fissures. Par ailleurs, la variation du module d'Young des roches avec la profondeur du terrain ou, plus précisément, avec la pression de confinement  $P_c$  est une caractéristique

classique rencontrée en travaux souterrains. Cette variation est assez bien approchée par la relation suivante (Bourgeois et al., 2005) :

$$E = E_0 \sqrt{1 + \left( \frac{P_c}{P_{ref}} \right)} \quad [\text{Eq. 2}]$$

qui relie le module d'Young  $E$  à la composante hydrostatique (pression) du tenseur des contraintes  $P_c = -\frac{1}{3} \text{tr} \sigma$ . Cette relation est purement empirique et nous nous proposons de montrer son équivalence avec la loi de variation de porosité précédente via une dépendance  $E = E(n)$ . En élasticité isotrope :

$$P_c = -\frac{\langle \text{tr} \sigma \rangle_-}{3} = -K(n) \langle \text{tr} \varepsilon \rangle_- = -\frac{E(n)}{3(1-2\nu)} \langle \text{tr} \varepsilon \rangle_- \quad [\text{Eq.3}]$$

$K(n)$  est le module de compressibilité, relié à  $E(n)$  par l'intermédiaire du coefficient de Poisson  $\nu$  supposé indépendant de la porosité pour simplifier. Au final, il est possible de considérer comme équivalentes la loi empirique  $E = E(P_c)$  et la loi de variation de la porosité [1]. Le module d'Young est alors une simple fonction de la porosité,

$$E(n) = \frac{E_0}{2} \left[ -\frac{P_{ci}(n)}{P_{ref}} + \sqrt{\left( \frac{P_{ci}(n)}{P_{ref}} \right)^2 + 4} \right] \quad \text{avec} \quad P_{ci}(n) = \frac{E_0}{3(1-2\nu)} \ln \left( \frac{1-n_0}{1-n} \right) \quad [\text{Eq. 4}]$$

### 3. MODELE D'ENDOMMAGEMENT AVEC REFERMETURE DE LA POROSITE

Le mécanisme précédent de refermeture de la porosité traduit un mécanisme réversible. Afin de rendre compte de la dégradation du matériau, il convient de le coupler au mécanisme, cette fois dissipatif, de génération de micro-fissures (Gatuingt, 1999). Le cadre de la mécanique de l'endommagement le permet. Afin de proposer un modèle simple, le modèle isotrope de Marigo (Marigo, 1981) à endommagement scalaire  $D$  est considéré et couplé à la porosité. Bien que l'isotropie de l'endommagement rocheux soit une hypothèse très forte, cette simplification permettra d'obtenir une première estimation de la zone endommagée.

#### 3.1. FORMULATION DU MODELE

Avec le formalisme de la thermodynamique des matériaux solides (Lemaitre et al., 1985), l'énergie libre  $\rho\psi$  du matériau est écrite ( $\rho$  est la masse volumique) :

$$\rho\psi = \frac{1}{2} \varepsilon : \underline{E}(n)(1-D) : \varepsilon \quad [\text{Eq. 5}]$$

$\underline{E}$  est le tenseur de Hooke du matériau non endommagé, isotrope et fonction de la porosité  $n$  par l'intermédiaire du module d'Young. La porosité  $n$  déterminée par la loi de conservation [1] n'est pas une variable thermodynamique comme le sont la déformation et l'endommagement  $D$ . La loi d'élasticité endommageable (et couplée à la porosité) dérive de ce potentiel thermodynamique,

$$\sigma = 2G(n)(1-D) \varepsilon^D + K(n) \left[ (1-D) \langle \text{tr} \varepsilon \rangle_+ + \langle \text{tr} \varepsilon \rangle_- \right] 1 \quad [\text{Eq. 6}]$$

où  $G(n) = E(n)/2(1+\nu)$  est le module de cisaillement,  $K(n)$  est le module de compressibilité et  $E(n)$  est donné par l'expression [4].  $\varepsilon^D$  est la partie déviatorique du tenseur des déformations. Il est à noter que les conditions d'endommagement unilatéral sont écrites sur la partie hydrostatique des contraintes et des déformations : de manière cohérente avec les mesures sur le grès du tunnel étudié ci-après, le module de compressibilité n'est pas affecté par l'endommagement pour les chargement compressifs (seule la refermeture de la porosité est prise en compte dans ce cas). La variable associée à  $D$  est le taux de restitution de densité d'énergie ; elle est notée  $Y$  et s'exprime ainsi

$$Y = -\rho \frac{\partial \psi}{\partial D} = \frac{1}{2} \varepsilon : \underline{E}(n) : \varepsilon \quad [\text{Eq. 7}]$$

Dans le cas d'une sollicitation monotone, comme celle du creusement d'un tunnel classique, il est suffisant de considérer une évolution de l'endommagement dérivant d'une fonction critère  $f$ ,

$$f = Y - \kappa(D) \quad [\text{Eq. 8}]$$

de sorte que si  $f < 0$ , le matériau se comporte élastiquement (de manière élastique ici avec refermeture éventuelle de la porosité) et si  $f = 0$  et  $\dot{f} = 0$ , l'endommagement évolue. La fonction de consolidation  $\kappa(D)$  définit alors l'évolution de l'endommagement comme

$$D = \begin{cases} 0 & \text{si } Y < Y_D \\ \kappa^{-1}(Y) & \text{si } Y \geq Y_D \end{cases} \quad [\text{Eq. 9}]$$

où  $Y_D = \kappa(0)$  est le seuil d'endommagement. L'inverse  $\kappa^{-1}(Y)$  de la fonction  $\kappa$  peut prendre plusieurs formes selon le matériau considéré (Lemaitre et al., 2005). On pourra considérer

$$D = \kappa^{-1}(Y) = \left\langle \frac{Y - Y_D}{S} \right\rangle_+^s \quad [\text{Eq. 10}]$$

correspondant au critère d'endommagement  $f = Y - Y_D - SD^{\frac{1}{s}}$ .

Les paramètres du modèle sont au final : les paramètres de porosité  $n_0$  et  $P_{ref}$ , les paramètres d'élasticité  $E_0$  et  $\nu$ , le seuil d'endommagement  $Y_D$  et les paramètres d'endommagement  $S$  et  $s$ .

#### 4. APPLICATION A L'ETUDE D'UN TUNNEL PROFOND

##### 4.1. TUNNEL ETUDIE

Plaçons-nous dans le cas du creusement d'un tunnel circulaire en zone montagneuse, à grande profondeur. Les caractéristiques de l'ouvrage sont les suivantes : rayon moyen  $R = 6$  m et profondeur 1000 m. La géologie rencontrée est homogène et isotrope. Il s'agit de grès anciens, à grains fins, du type Grès du Doddington (Carbonifère). L'état de contrainte autour de l'excavation est également isotrope. On peut s'attendre pour de telles conditions à un gain de raideur mais la question – usuelle en bureau d'études – du choix du module d'Young ne se pose pas car la modélisation retenue au paragraphe 3 rend directement compte de la relation [4].

Dans le cas d'un dimensionnement courant de tunnel, un calcul numérique 3D se justifie rarement. On préfère évaluer les valeurs des déplacements et des contraintes par un certain nombre d'hypothèses simplificatrices. Deux approches sont alors possibles :

a) Effectuer un calcul axisymétrique analytique ou semi-analytique : basé sur le principe de convergence-confinement exposé au paragraphe suivant, cette approche a le mérite d'être simple et rapide pour une première approximation du problème ;

b) Effectuer un calcul aux éléments-finis (en déformations planes par exemple) : par l'introduction de forces d'excavation et d'un phasage dans le calcul, cette approche fournit généralement une bonne estimation des résultats mécaniques.

#### 4.2. CALCUL 1D AVEC LA METHODE CONVERGENCE-CONFINEMENT

La méthode convergence-confinement (Panet, 1995) est d'usage très courant en ingénierie souterraine pour sa simplicité et sa rapidité d'utilisation. Elle permet de fixer les ordres de grandeur des convergences et des efforts dans les soutènements, et ainsi de prédimensionner aisément les cintres, coques de béton projeté ou revêtements en béton coffré selon le choix du concepteur. Plus qu'une méthode, ce concept repose sur une formulation entièrement analytique du problème mécanique, issue de calculs en milieux continus utilisant des hypothèses simplificatrices permettant de se ramener à un cas axisymétrique uniaxial en déformations planes ( $\varepsilon_z = 0$ ). La courbe de comportement du terrain est la courbe de convergence, qui relie la valeur du déplacement de la paroi du tunnel  $U$  à la pression de déconfinement  $P_f$  (pression décroissante de  $\sigma_0$  à 0).

##### 4.2.1. Identification des paramètres du modèle

Pour identifier les paramètres de notre modèle d'endommagement, nous avons utilisé les essais triaxiaux réalisés par l'équipe de (Santarelli, 1990). Les courbes déviateur/déformation axiale sont représentées sur la Figure 1. Ces essais à trois pressions de confinement suffisent à eux-seuls pour déterminer tous les paramètres de la loi d'endommagement. Les valeurs sont les suivantes : masse volumique  $\rho = 2,08 \text{ g/cm}^3$ , porosité initiale  $n_0 = 0,23$ , coefficient de Poisson  $\nu = 0,39$ , module d'Young  $E_0 = 20 \text{ GPa}$ , pression de référence  $P_{ref} = 6,5 \text{ MPa}$ , seuil d'endommagement  $Y_D = 0$ , paramètres  $S = 8 \text{ MPa}$  et  $s = 0,33$ .

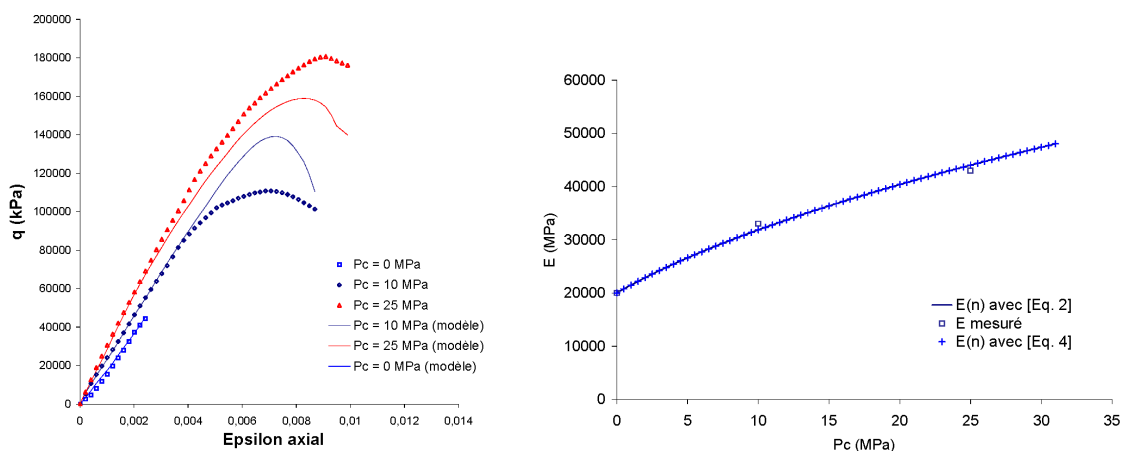


Figure 1 et 2 : courbes triaxiales et de raideur initiale du grès à différentes pressions de confinement – comparaison entre mesures expérimentales et modélisation.

#### 4.2.2. Exploitation des résultats

Dans le cadre de l'application de nouveaux modèles aux projets souterrains, le Centre d'Etudes des Tunnels a élaboré un logiciel permettant de calculer sous Matlab, de façon semi-analytique, les courbes de convergence. La méthode employée — intitulée "méthode des matrices de transfert" — calcule, pour chaque incrément de déconfinement, la valeur du couple déplacement  $U$  – contrainte radiale  $\sigma_r$  aux nœuds d'un maillage unidirectionnel axisymétrique (Lacroix, 1967; Sulem, 1994; Martin et al., 2006a). Avec les valeurs en paroi du tunnel, il est alors possible de tracer la courbe de convergence point par point. En considérant une couverture de 1000 m de roche cristalline, densité 2,5, on peut estimer la contrainte initiale avant excavation  $\sigma_0 = 1000 \times 0.025 = 25$  MPa. Le modèle couplé endommagement / refermeture de porosité étant implanté (l'opérateur tangent donne en fait un comportement "élastique équivalent" sur chaque tranche de discrétisation), le programme intègre automatiquement l'effet de la refmeture de la porosité avec la pression hydrostatique. Il calcule par la même occasion la valeur du module d'Young à cette profondeur :  $E_{1000m} = 44000$  MPa alors que  $E_0 = 20000$  MPa en surface.

La courbe de convergence est donnée Figure 3, en tracé continu. L'endommagement commence dès les premiers pas de déconfinement, puisque le seuil  $Y_D$  est fixé à 0. La courbe s'éloigne du calcul purement élastique pour venir croiser l'axe des abscisses à 5,6 mm. En imaginant une roche plus dégradée que prévue — i.e. avec une micro-fissuration interne plus importante — ou encore une roche plus fragile que prévue — qui s'endommage plus rapidement — on obtiendrait des courbes de convergence encore plus éloignées de la solution purement élastique. C'est ce qui est représenté pour différentes valeurs de l'exposant  $s$ .

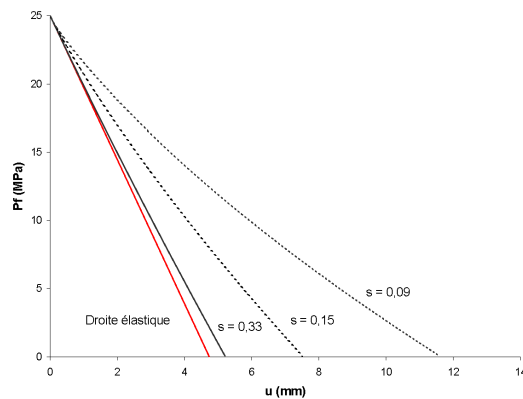


Figure 3 : Courbes de convergence calculées pour le tunnel envisagé.

## 5. CALCULS ELEMENTS-FINIS

### 5.1. IMPLANTATION DU MODELE D'ENDOMMAGEMENT

Le modèle d'endommagement proposé a été implanté dans Castem 2006. Plusieurs difficultés de modélisation sont apparues concernant la prise en compte des différents phasages inhérents au passage d'un problème tridimensionnel à un problème en déformations planes. Le logiciel réalise un premier calcul correspondant à l'initialisation de l'état de contrainte et du module d'Young à la profondeur considérée, puis lance le calcul d'excavation proprement dit.

## 5.2. PREMIERS RESULTATS

Après validation du modèle numérique sur un tunnel respectant les hypothèse de la méthode convergence-confinement, nous avons modélisé une anisotropie des contraintes initiales (contrainte horizontale  $\sigma_H = 28$  MPa et verticale  $\sigma_V = 24$  MPa). La roche est toujours le grès du Carbonifère, considéré comme formant un massif continu à l'échelle de l'ouvrage.

Les premiers résultats fournissent une approximation intéressante de la zone endommagée autour du tunnel, de sa localisation, de son extension, ainsi que de la perte de raideur engendrée par le déconfinement succédant l'excavation. La Figure 4 illustre cette perte de raideur, localisée dans les zones d'extension. Précisons que les résultats montrent que l'endommagement autour du tunnel n'excède pas 0,2. Pour des sollicitations plus importantes, la fissuration induite par les déformations réduirait de façon significative la raideur dans les zones de forte compression (clef de voûte et radier).

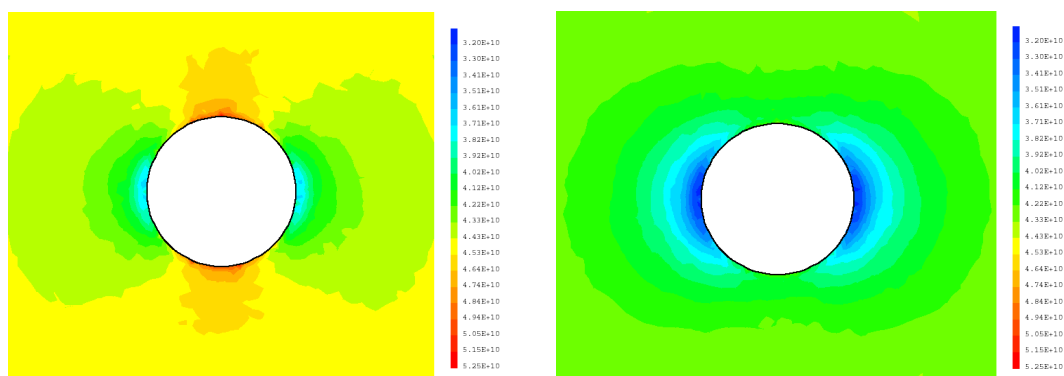


Figure 4 : Module d'Young  $E(n)$  à gauche et raideur  $E(n)(1-D)$  à droite pour un état de contraintes anisotrope. La contribution de la porosité à la perte de raideur n'est pas négligeable. Module d'Young initial à cette profondeur : 44000 MPa.

## 6. CONCLUSIONS ET PERSPECTIVES

Un modèle d'endommagement couplé au phénomène de refermeture de la porosité a été présenté pour prendre en compte un certain nombre de phénomènes observés en travaux souterrains : la non-linéarité du comportement, ce dès les premières déformations ; l'augmentation de la raideur du matériau avec la profondeur (avec la contrainte isotrope) ; la diminution de la raideur avec l'endommagement et enfin la dégradation du rocher autour des excavations.

La loi de refermeture considérée permet de rendre compte de toute relation empirique entre module in-situ et pression de confinement. Une expression analytique de la variation de la raideur élastique et la porosité est donnée pour la loi empirique proposée par (Bourgeois et al., 2005). Le nombre de paramètres introduits est restreint puisque, en plus des deux paramètres d'élasticité, de la pression de référence et de la porosité initiale, ne sont introduits qu'un seuil d'endommagement  $Y_D$  et deux paramètres d'endommagement  $S$  et  $s$ .

Un exemple portant sur un ouvrage pouvant être réalisé dans les formations carbonifères des Alpes permet d'illustrer l'application à un cas concret. Les résultats d'un calcul en convergence-confinement peuvent être exploités pour proposer en phase d'avant-projet un soutènement et quantifier le niveau de dégradation des roches environnantes. L'implantation numérique du modèle dans un code aux éléments-finis permet de raffiner, quantifier, optimiser puis vérifier le soutènement à placer.

L'exploitation complète de ces derniers calculs numériques fournira un outil efficace pour appuyer les ingénieurs civils dans leurs projets. Une prochaine étape serait de vérifier in situ les prévisions des calculs sur un chantier en cours de creusement. La problématique des tunnels profonds en milieu rocheux intéresse particulièrement les professionnels confrontés au passage d'ouvrages souterrains dans les grands massifs cristallins. La mécanique de l'endommagement peut s'avérer être un outil simple et efficace d'aide à la conception.

## 7. BIBLIOGRAPHIE

- Bourgeois E., Coquillay S., Mestat P., « *Exemples d'utilisation d'un modèle élastoplastique avec élasticité non linéaire pour la modélisation d'ouvrages géotechniques* », Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées, vol. 256/257, p. 67-84, 2005.
- Bouvard-Lecoanet A., Colombet G., Esteulle F., Ouvrages souterrains - Conception, réalisation, entretien, Presses de l'ENPC, Paris, 1992.
- Charlez P., Rock Mechanics, Theoretical fundamentals, vol. 1, Technip, Paris, 1991.
- Gatuingt F., Prévision de rupture des ouvrages en béton sollicités en dynamique rapide, Thèse, ENS de Cachan, 1999.
- Hoek E., Carranza-Torres C., Corkum B., « *Hoek-Brown failure criterion - 2002 Edition* », 5<sup>th</sup> North American Rock Mechanics Symposium and 17th Tunneling Association of Canada Conference: NARMS-TAC, p. 267-271, 2002.
- Lacroix R., « *La méthode des matrices de transfert* », Annales de l'Institut Technique du Bâtiment et des Travaux Publics, vol. , n°231/232, p. 346-363, 1967.
- Laigle F., Modèle conceptuel pour le développement de lois de comportement adaptées à la conception des ouvrages souterrains, Thèse, Ecole centrale de Lyon, 2004.
- Lemaitre J., Desmorat R., Engineering Damage Mechanics : Ductile, Creep, Fatigue and Brittle Failures, Springer, 2005.
- Marigo J.-J., « *Formulation d'une loi d'endommagement d'un matériau élastique* », C. R. Académie des Sciences de Paris, vol. II, n 292 19, p. 1309-1312, 1981.
- Martin F., Desmorat R., Saïtta A., « *Courbe de convergence pour un modèle phénoménologique d'endommagement* », Revue Française de Géotechnique, n°116, p. 15-26, 2006a.
- Martin F., Desmorat R., Saïtta A., « *Ground reaction curve for a phenomenological damage model* », Proc. of ARMS 2006 - 4th Asian Rock Mechanics Symposium, World Scientific, 2006b.
- Panet M., Le calcul des tunnels par la méthode convergence - confinement, Presses de l'ENPC, Paris, 1995.
- Pellet F., Viscoplasticité et endommagement des roches en application à la modélisation du comportement à long terme des ouvrages souterrains, Habilitation à diriger des recherches, Université Joseph Fourier - Grenoble I, 2004.
- Pijaudier-Cabot G., Burlion N., « *Damage and localization in elastic materials with voids* », International Journal of Mechanics of Cohesive-Frictional Materials, vol. 1, p. 129-144, 1996.
- Santarelli F., « *Etude expérimentale de la bifurcation dans les roches* », Revue Française de Géotechnique. 61-70, Janvier, 1990.
- Sulem J., « *Analytical methods for the study of tunnel deformation during excavation* », 5<sup>th</sup> ciclo di conferenze di Meccanica e Ingegneria delle Rocce Politecnico di Torino, Ed. G. Barla, Italie, 1994.
- Wawersik W. R., Fairhurst C., « *A study of brittle rock fracture in laboratory compression experiments* », Int. Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences, vol. 7, p. 561-575, 1970.