

Identification des paramètres mécaniques des sols par analyse inverse sur des essais et ouvrages géotechniques

Séverine Levasseur

3S-R – Grenoble Universités – CNRS/UJF/INPG UMR 5521 – BP53 – 38 041 Grenoble Cedex 9

RESUME. Cet article est consacré à l'identification des paramètres du modèle constitutif de sol Mohr-Coulomb à partir du déplacement horizontal d'un mur de soutènement. Une analyse inverse basée sur un algorithme génétique est proposée. Cette méthode d'optimisation robuste identifie rapidement un ensemble de solutions autour de l'optimum. Cet ensemble est ensuite décrit par une analyse en composantes principales. Cette nouvelle technique d'optimisation combinant un algorithme génétique et une analyse en composantes principales permet de définir sous forme d'un ellipsoïde l'ensemble des solutions caractéristiques des propriétés mécaniques du sol.

MOTS-CLÉS : Identification de paramètres, Géotechnique, Optimisation.

ABSTRACT. This paper is dedicated to the parameter identification of the Mohr-Coulomb constitutive model from horizontal displacements of a sheet pile wall. An optimization method based on a genetic algorithm is proposed. This robust optimization method localizes quickly a set of solutions around the optimum value. Then, the set identified is described by a principal component analysis. This new inverse analysis method based on a genetic algorithm and a principle component analysis permits to define an ellipsoid set of solutions which is characteristic of the soil properties for geotechnical studies.

KEYWORDS : Soil parameter identification, Geotechnique, Opimization.

1. INTRODUCTION

La plupart des essais géotechniques *in situ* ne permettent pas d'identifier directement les paramètres constitutifs des couches de sol. L'utilisation de calculs par éléments finis pour dimensionner les ouvrages est ainsi limitée par une mauvaise connaissance des propriétés mécaniques des sols. C'est dans ce contexte que se pose la problématique d'analyse inverse en géotechnique : quelles informations concernant les paramètres constitutifs du sol est-il possible d'obtenir à partir de mesures *in situ* ?

Ce travail concerne l'identification des paramètres de modèles constitutifs de sols par analyse inverse. Afin d'avoir une méthode d'identification adaptable à tout type de mesures (essais *in situ* ou ouvrages instrumentés), une méthode directe de résolution du problème inverse est développée (Gioda et Maier, 1980 ; Tarantola, 1987 ; Ledesma *et al.*, 1996). Des valeurs a priori sont données aux paramètres inconnus pour simuler le problème direct associé, à l'aide du code de calcul par éléments finis PLAXIS (Brinkgreve, 2003) jusqu'à ce que l'écart entre le résultat du calcul numérique et la courbe expérimentale soit minimal. Les principales méthodes utilisées dans la littérature pour résoudre des problèmes d'optimisation sont basées sur des méthodes de gradient (Lecampion *et al.*, 2002 ; Calvello et Finno, 2004). Ces méthodes supposent l'unicité de la solution du problème inverse. Or, les

erreurs de modélisation et les incertitudes de mesures sont importantes en géotechnique. Il n'existe donc pas de solution exacte pour le problème inverse mais plutôt une infinité de solutions approchées. L'objectif de ce travail est de développer une méthode d'analyse inverse permettant d'identifier l'ensemble de ces solutions. Pour cela, nous avons choisi de baser la procédure d'analyse inverse sur un processus d'optimisation par algorithme génétique. Cette méthode, robuste et efficace, est connue pour sa capacité à résoudre des problèmes complexes. Nous avons montré lors d'une précédente étude que contrairement aux méthodes classiques de type gradient, un tel algorithme est capable d'identifier la meilleure solution d'un problème inverse même si la fonction erreur est plate ou bruitée. De plus, l'analyse des solutions estimées par l'algorithme informe sur la sensibilité des paramètres d'un modèle et sur l'existence possible de relations mathématiques entre ces paramètres (Levasseur *et al.*, 2007a). Suite à cela, nous avons proposé de décrire mathématiquement l'ensemble des solutions identifiées par l'algorithme génétique par une analyse statistique de type analyse en composantes principales (Levasseur *et al.*, 2007b). Cette étude montre que même si toutes les solutions d'un problème ne sont pas identifiées directement par l'algorithme génétique, leur exploitation par une analyse en composantes principales permet d'estimer l'ensemble des solutions du problème inverse. Le présent article reprend, paragraphe 2, les grands principes de l'optimisation par algorithme génétique et de l'analyse en composantes principales. Quelques résultats obtenus sur un exemple synthétique d'ouvrage de soutènement sont présentés au paragraphe 3. Une application réelle sur le rideau de palplanches expérimental d'Hochstetten illustre la pertinence de la méthode au paragraphe 4. Enfin, quelques conclusions sur ce travail sont exposées au paragraphe 5.

2. METHODE D'OPTIMISATION

2.1. LA FONCTION ERREUR

L'écart entre une courbe calculée numériquement (décrite par N points U_{ni}) et une courbe de référence mesurée *in situ* (décrite par N points U_{ei}) est évaluée par une fonction scalaire de type moindres carrés. Cette fonction erreur, notée F_{err} , est définie de la manière suivante :

$$F_{err} = \left(\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \frac{(U_{ei} - U_{ni})^2}{\Delta U_i^2} \right)^{1/2} \quad [1]$$

Elle est pondérée par un paramètre ΔU_i caractérisant l'erreur expérimentale (et/ou numérique) du point de mesure indicé « i » (Levasseur *et al.*, 2007a).

2.2. L'ALGORITHME D'OPTIMISATION

Un algorithme génétique (AG) est une méthode d'optimisation qui s'inspire de la théorie de l'évolution de Darwin. C'est un outil reconnu robuste et performant pour l'optimisation de fonctions erreurs à contraintes linéaires ou non linéaires. Ces principes de base ont été développés par Renders (1994) et Goldberg (1989). L'algorithme d'optimisation, développé au laboratoire 3S-R en langage Fortran, utilisé pour la présente étude s'inspire de leurs travaux comme suit (Levasseur *et al.*, 2007a) :

Espace de recherche : Soit N_p le nombre de paramètres à identifier pour le problème posé. La minimisation de la fonction erreur F_{err} est effectuée dans un espace de recherche à N_p dimensions, borné par des valeurs p_{min} et p_{max} propres à chaque paramètre p .

Codage, individu et population : Chaque paramètre mécanique codé sous forme binaire constitue un gène. La concaténation de plusieurs gènes forme un individu. Chaque individu correspond à un point de l'espace de recherche. Un ensemble de N_i individus constitue une population.

Génération d'une population initiale : Un ensemble de N_i individus est choisi aléatoirement sur l'espace de recherche. Le coût F_{err} de chaque individu de cette population initiale est évalué. Les mécanismes de sélection, de reproduction et de mutation font ensuite évoluer, au fil des générations, la population vers les individus de l'espace de recherche les mieux adaptés.

Sélection : Seuls les $N_i/3$ meilleurs individus d'une population (individus présentant le moindre coût F_{err}) sont conservés pour la génération suivante. Ils constituent les individus parents.

Croisement : Les individus parents sont sélectionnés aléatoirement par paires. Ils sont croisés entre eux pour former $2N_i/3$ nouveaux individus, appelés individus enfants. (cf. illustration Tableau 1).

Mutation et Génération d'une nouvelle population : L'ensemble des individus parents et enfants forme une nouvelle génération de la population parmi laquelle quelques individus choisis aléatoirement subissent une mutation (inversion d'un bit d'un gène, cf. illustration Tableau 2).

Test de convergence : Les trois étapes précédentes sont répétées tant qu'une des conditions de convergence n'est pas satisfaite sur la population parent : moyenne (ou écart-type) des fonctions erreurs sur cette population inférieure à une valeur donnée ou convergence de la population vers un individu unique.

Parents			
Parent A:	1100	110	10011101 11100
Points de croisement			
Parent B:	0110	001	01111011 00111
Croisements			
Enfant 1 :	1100	001	10011101 00111
Points de croisement			
Enfant 2 :	0110	110	01111011 11100
Individu avant mutation			
individu :	110000110	0	1110100111
gène sélectionné			
Individu après mutation			
Individu muté :	110000110	1	1110100111
Gène muté			

Tableau 1 - Illustration du croisement entre deux individus parents pour générer deux nouveaux individus enfants. Le nombre de points de croisement est égal au nombre de paramètres à identifier. La position de ces points de croisement est choisie aléatoirement.

Tableau 2 - Illustration de la mutation d'un individu d'une nouvelle population. Les individus et les bits sont choisis aléatoirement.

2.3. L'ANALYSE EN COMPOSANTES PRINCIPALES

Une fois un ensemble de solutions identifié par l'algorithme génétique, une analyse statistique basée sur une analyse en composantes principales (ACP) est employée pour décrire cet échantillon. Cette méthode d'analyse factorielle permet de définir les directions principales d'un ensemble de points. Son but est de transformer des variables initiales en de nouvelles variables, appelées facteurs. Les facteurs sont des combinaisons linéaires des variables initiales (Favre, 2004). En pratique, à partir d'un ensemble de solutions identifiées par l'AG, la matrice des corrélations est calculée. De cette matrice, les valeurs propres et les vecteurs propres sont déduits. Les vecteurs propres donnent les directions principales du nuage. Ils servent à identifier des corrélations entre paramètres. Les valeurs propres donnent l'inertie de chaque axe. Elles servent à interpréter la sensibilité des paramètres

recherchés. De cette analyse, un ellipsoïde est défini pour borner les solutions identifiées par l'AG. Les axes de l'ellipsoïde correspondent aux vecteurs propres. La taille des axes correspond aux valeurs maximales des facteurs. Cet ellipsoïde représente les solutions du problème.

3. VALIDATION DE LA METHODE

3.1. MODELE SYNTHETIQUE D'EXCAVATION

Pour tester la méthode sans être gêné par les incertitudes dues aux mesures ou à la modélisation mécanique du problème, nous utilisons des données expérimentales « numériques » issues d'un calcul éléments finis sur un ouvrage typique simple. Cet ouvrage de soutènement synthétique représente une excavation de grande longueur, symétrique, de six mètres de profondeur et vingt mètres de large, maintenue par un rideau de palplanches et des butons (figure 1a). Elle est placée dans une couche de sable homogène, modélisée par un modèle de comportement de Mohr-Coulomb à cinq paramètres. L'effet de l'eau est limité à la pression hydrostatique. Pour réduire le nombre de paramètres à identifier, certaines valeurs sont données *a priori* aux paramètres lorsque leur influence est faible ou lorsqu'ils sont reliés entre eux par des relations empiriques. Ainsi, pour des sables nous utilisons :

- une cohésion $c = 0$,
- un coefficient de poisson $\nu = 0.3$,
- un angle de dilatance $\psi = \phi - 30^\circ$
- un module de cisaillement fonction de la profondeur z : $G(z) = G_{\text{ref}} \left(\frac{z}{z_{\text{ref}}} \right)^{0.4}$

Enfin, supposant le sable normalement consolidé, le coefficient des terres au repos K_0 est estimé en utilisant la formule de Jaky, $K_0 = 1 - \sin \phi$.

Compte tenu de ces informations *a priori*, nous cherchons à identifier deux paramètres : le module de cisaillement G_{ref} et l'angle de frottement interne ϕ . Le déplacement horizontal du rideau de palplanches $U_x(z)$ est utilisé comme donnée expérimentale dans la procédure d'analyse inverse. Il se déduit du déplacement des nœuds en chaque points du mur en fonction de la profondeur z pour les valeurs des paramètres : $G_{\text{ref}} = 22250$ kPa et $\phi = 35^\circ$ (figure 1b). Ces paramètres sont ensuite considérés inconnus.

Afin d'avoir une idée de la topologie de la surface de la fonction erreur, nous explorons de façon exhaustive l'espace de recherche. Comme le montre la figure 2a, la fonction erreur n'est pas parfaitement convexe mais présente un minimum unique clairement identifiable. La figure 1b montrent que les points du problème inverse pour lesquels la fonction erreur est inférieure à 3% définissent un ensemble de solutions pour lequel l'incertitude maximale sur la déformée est de $\pm 0.5\text{mm}$. Si toutes les combinaisons de paramètres qui vérifient $F_{\text{err}} < 3\%$ sont acceptées comme solutions du problème inverse, alors 64 points de l'espace discrétisé composent le nuage solution. La figure 2b montre que l'ellipse associée à ce nuage de points, et calculée par analyse en composantes principales, en donne une bonne approximation.

3.2. OPTIMISATION

Le but de l'optimisation est d'identifier toutes les combinaisons de paramètres (G_{ref} ; ϕ) de l'espace de recherche qui vérifient une fonction erreur inférieure à 3%. Un algorithme génétique étant une méthode stochastique d'optimisation, il ne garantit pas l'identification du même jeu de paramètres à chaque optimisation. Pour tester si l'ellipse identifiée est représentative des solutions du problème, nous avons choisi d'étudier successivement trois optimisations. De ces trois optimisations sont déduites trois ellipses par ACP. Ces ellipses sont jugées représentatives des solutions lorsqu'elles sont à la fois proches de l'ellipse solution et proches les unes des autres. La figure 3 présente les ellipses identifiées après optimisation sur différentes tailles de populations d'AG. Les lignes sans symboles représentent l'ellipse exacte, les lignes avec symboles représentent les ellipses identifiées par AG/ACP. Ces figures montrent que pour des populations de petites tailles, l'optimisation ne permet pas d'identifier toutes les combinaisons de paramètres solutions du problème inverse. Bien que l'optimum soit systématiquement identifié, les ellipses optimisées sont généralement plus petites que l'ellipse solution. Elles diffèrent à chaque optimisation, le résultat n'est pas stable. Au contraire, plus la taille de population augmente, plus la forme de l'ellipse optimisée devient stable et représentative de l'ellipse solution. Pour définir un critère capable de caractériser la représentativité d'une ellipse, la taille de l'intersection est calculée. L'intersection est prise égale au nombre de nœuds de l'espace de recherche maillé qui appartiennent aux trois ellipses optimisées. La figure 4 représente la taille des intersections, normées par la taille de l'ellipse solution, en fonction de la taille de la population de l'AG. Pour de petites populations, on voit qu'une faible augmentation de la taille de la population augmente fortement la représentativité de l'ellipse. Au contraire, pour de plus grandes tailles de populations, une forte augmentation de la taille de la population fait peu varier la représentativité des

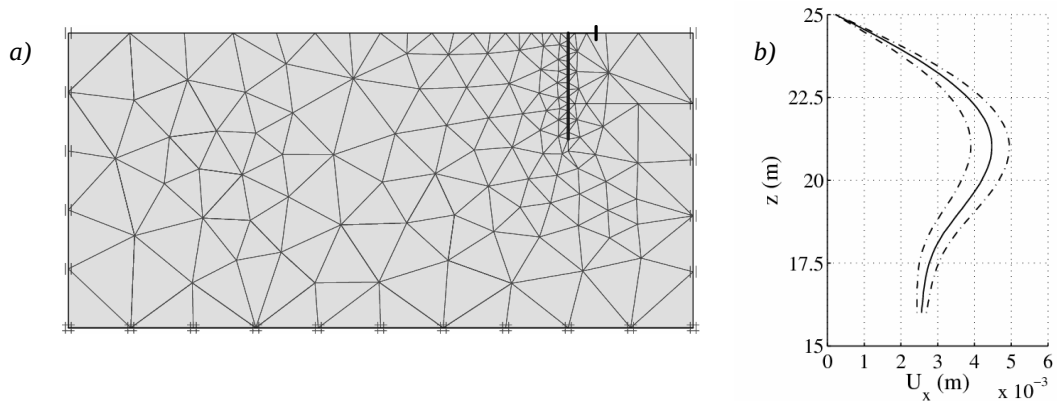


Figure 1 : Modèle synthétique d'excavation : a) modèle éléments finis 2D en déformations planes et maillage associé ; b) déplacement horizontal du rideau de palplanches $U_x(z)$ en fonction de la profondeur z (ligne continue : déplacement optimal ; lignes discontinue : bornes minimales et maximales des déplacements acceptés).

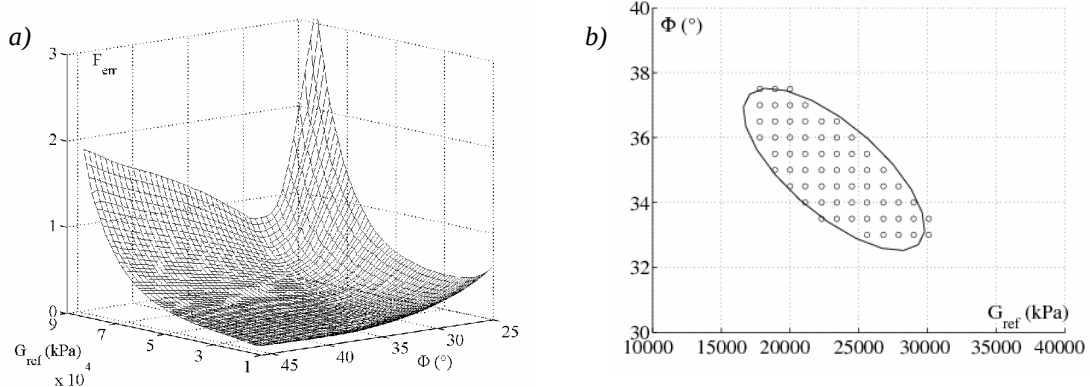


Figure 2 : Fonction erreur F_{err} en fonction de G_{ref} et ϕ pour l'excavation synthétique a) topologie générale sur l'espace de recherche b) zoom de la projection sur le plan (G_{ref} ; ϕ) de toutes les solutions vérifiant $F_{err} < 3\%$ et ellipse solution associée déduite par ACP.

ellipses alors que le coût de calcul augmente linéairement avec la taille de la population. Ceci montre qu'au delà d'une taille de population critique la forme des ellipses identifiées se stabilise alors que le coût de calcul continue d'augmenter. Cette taille critique assure un compromis entre temps de calcul et pertinence du résultat (Samarajiva *et al.*, 2005). Ce phénomène est comparable à la loi des grands nombres à la base de la théorie des sondages.

Notons que l'identification des trois paramètres G_{ref} , ϕ et ψ donne le même type de résultats : un ellipsoïde représentatif de l'ensemble des solutions du problème n'est identifiable qu'à partir d'une population d'AG de taille suffisante, mais plus cette population est grande plus l'identification est coûteuse en temps de calcul (Levasseur *et al.*, 2007b). Pour cet exemple, le nuage solution identifié est orienté selon une colonne dans l'espace des paramètres G_{ref} , ϕ et ψ . Cette orientation est la conséquence d'une faible influence de l'angle de dilataance sur la déformée du rideau de palplanches, le sol dans ce modèle plastifiant peu.

4. APPLICATION AU RIDEAU DE PALPLANCHES EXPERIMENTAL DE HOCHSTETTEN

Pour compléter les résultats obtenus dans le cas purement numérique, nous simulons le rideau de palplanches expérimental de Hochstetten (Von Wolffersdorff, 1994 ; figure 5a). Cette excavation

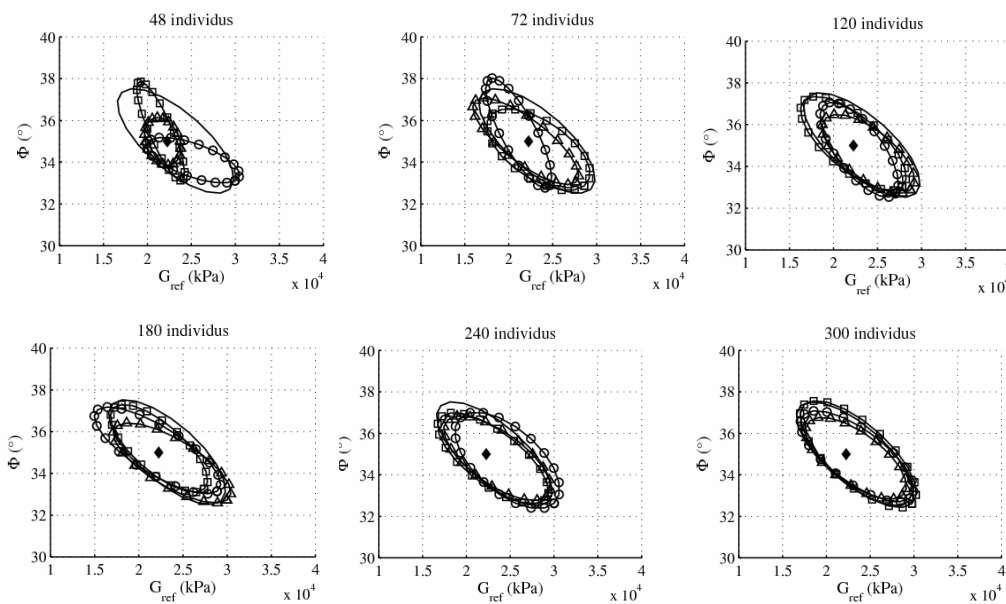


Figure 3 : Effet de la taille de la population sur l'identification de G_{ref} et ϕ pour une excavation synthétique. (♦ : optimum ; ligne continue : ellipse solution ; ligne avec symboles : ellipses identifiées après AG/ACP.)

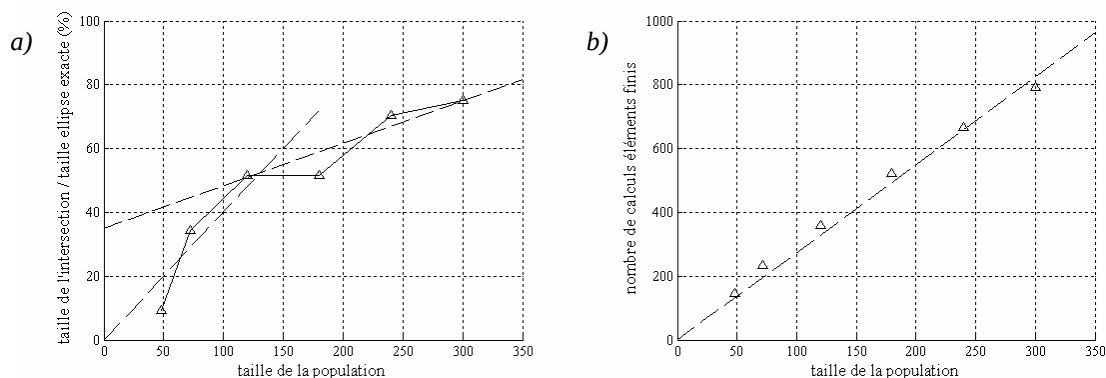


Figure 4 : Evolution de la taille de l'intersection (a) et du nombre de calculs éléments finis (b) en fonction de la taille de la population de l'AG (en nombre d'individus) pour l'identification de deux paramètres G_{ref} et ϕ sur une excavation synthétique.

d'environ cinq mètres de profondeur et quatre mètres de large est construite en six étapes. Un important déplacement ayant été observé avant la mise en place des butons en phase 3, cette phase est utilisée comme phase de référence. Ainsi, les données expérimentales correspondent au déplacement du rideau de palplanches entre la fin de l'étape 3 et la fin de l'étape 6 (excavation jusqu'à 5,35m de profondeur ; figure 5b). La modélisation numérique est faite à partir du modèle de Mohr-Coulomb. Les paramètres recherchés sont le module de cisaillement G_{ref} et l'angle de frottement ϕ . L'étude de la topologie de la fonction erreur montre une surface comparable au cas précédent. Cette surface présente, en particulier, même s'il est moins marqué, un minimum unique (figure non représentée).

L'erreur acceptée sur la déformée du rideau de palplanches est choisie inférieure à $\pm 1\text{mm}$ comme illustré figure 5b. Trois optimisations respectant ce critère défini sur la fonction erreur sont faites successivement pour une taille de population plus grande ($N_i=240$ individus). La figure 6 montre les trois ellipses solutions identifiées sur l'espace de recherche. Ces ellipses sont proches les unes des autres, l'intersection représente 76% de la taille de la plus grande ellipse optimisée. De plus, ces ellipses recoupent les valeurs des paramètres estimées expérimentalement pour le sable d'Hochstetten par Mestat et Arafati (1998). Cette application montre que les conclusions tirées d'un calcul sur un ouvrage artificiel similaire à ce problème sont extrapolables à cet ouvrage réel.

5. CONCLUSION

Cet article concerne l'identification de paramètres d'un modèle de Mohr-Coulomb à partir de la mesure du déplacement d'un mur de soutènement. Une méthode d'identification basée sur un algorithme génétique suivie par une analyse en composantes principales est proposée. Cette méthode permet d'identifier un échantillon représentatif de l'ensemble des solutions du problème inverse. En outre, les résultats obtenus sur un exemple synthétique d'excavation restent valables pour un problème réel. Ces résultats sont prometteurs quant à l'utilisation de ce type de méthode pour identifier des paramètres de sol. Cependant, il faut garder à l'esprit, comme toute méthode numérique, que les résultats doivent être interprétés avec précautions. Une expertise géotechnique reste essentielle pour correctement sélectionner les paramètres de sol d'un modèle.

Notons que si cet article présente uniquement des résultats sur un ouvrage de soutènement, la méthode a également été validée dans le cadre de cette thèse sur des applications géotechniques plus complexes (identification d'un plus grand nombre de paramètres, identification de paramètres

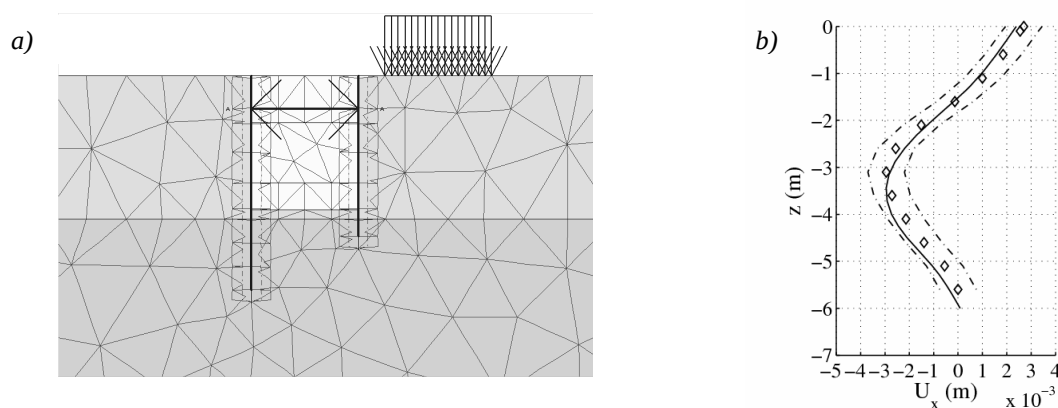


Figure 5 : Rideau de palplanches de Hochstetten : a) zoom du modèle 2D en déformations planes et maillage associé ; b) déplacement horizontal du rideau de palplanches $U_x(z)$ en fonction de la profondeur z . (◇ : mesures expérimentales ; ligne continue : déplacements optimisés ; ligne discontinue : bornes minimales et maximales des déplacements acceptés)

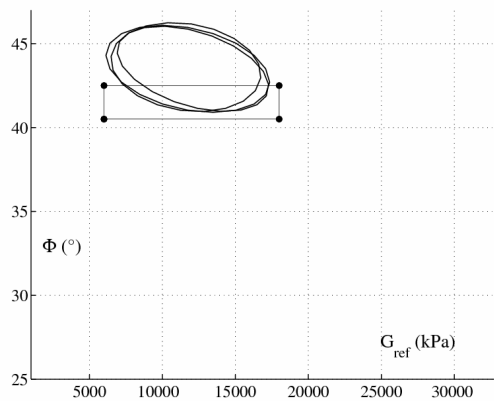


Figure 6 : Représentation sur l'espace de recherche des paramètres des ellipses identifiées par AG/ACP pour l'identification de G_{ref} et ϕ à partir des déplacements horizontaux du rideau de palplanches de Hochstetten et de la gamme de variation des paramètres estimée par Mestat et Arafati (1998 ; ligne continue avec symboles).

constitutifs de lois de comportement avancées, ou à partir de données sur des résultats d'essais pressiométriques).

6. BIBLIOGRAPHIE

- Brinkgreve R. (2003) « Plaxis V8, manuel de référence ».
- Calvello M., Finno R. (2004) « Selecting parameters to optimize in model calibration by inverse analysis » *Computers and Geotechnics*, vol.31, p. 411-425.
- Favre J.-L. (2004) « Géotechnique. Sécurité des ouvrages. Risques. Modélisation de l'incertain, fiabilité, analyse des risques » Ellipses Technosup.
- Gioda G., Maier G. (1980) « Direct search solution of an inverse problem in elastoplasticity: Identification of cohesion, friction angle and in situ stress by pressure tunnel tests ». *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 15, p. 1823-1848.
- Goldberg David E. (1991) « Algorithmes génétiques : exploration, optimisation et apprentissage automatique ». Ed. Adisson-Wesley.
- Lecampion B., Constantinescu A., Nguyen Minh D. (2002) « Parameter identification for lined tunnels in viscoplastic medium » *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, vol. 26, p. 1191-1211.
- Ledesma A., Gens A., Alonso E.E. (1996) « Estimation of parameters in geotechnical backanalysis. I. Maximum likelihood approach » *Computer and geotechnics*, vol. 18(1), p. 1-27.
- Levasseur S., Malécot Y., Boulon M., Flavigny E. (2007a) « Soil parameter identification using a genetic algorithm ». *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, in press.
- Levasseur S., Malécot Y., Boulon M., Flavigny E. (2007b) « Soil parameter identification from in situ measurement using a genetic algorithm and a principle component analysis ». *NUMOG X*, Rohde.
- Mestat P., Arafati N. (1998). « Modélisation par éléments finis du comportement du rideau de palplanches expérimental de Hochstetten ». *Bull. des Laboratoire des Ponts et Chaussées*, vol. 216, p. 19-39.
- Renders J.-M. (1995) « Algorithmes génétiques et Réseaux de neurones », Hermès.
- Samarajiva P., Macari E.J., Wathugala, W. (2005) « Genetic algorithms for the calibration of constitutive models of soils ». *International Journal of Geomechanics*, vol.5(3),p.206-217.
- Tarantola A. (1987) « Inverse Problem Theory: methods for data fitting and model parameter estimation ». Elsevier Science B.V.
- Von Wolffersdorff P.-A. (1994) « Results of field test and evaluation of the predictions and subsequent calculations », *Workshop Sheet Pile Test Karlsruhe*, Technical University of Delft University, The Netherlands.