

Courbe-R et propriétés de fissure cohésive dans la rupture quasi-fragile

Christophe Lespine

LRBB, UMR 5103 (CNRS/INRA/Université Bordeaux1), 69 route d'Arcachon, 33612 Cestas Cedex, France

RESUME. La relation entre la courbe résistance (courbe-R) et les propriétés de la fissure cohésive ont été étudiées dans le cadre des matériaux quasi-fragiles. A partir d'un comportement adoucissant bilinéaire, qui a l'avantage de bien dissocier l'énergie relative à la microfissuration à celle liée au pontage des fibres, il est montré que la courbe force-déplacement et la courbe-R associée sont principalement régies par la distribution de ces deux énergies et par l'ouverture critique de la fissure cohésive. Celle-ci a une influence directe sur la longueur de fissure élastique équivalente critique pour laquelle la valeur plateau de la courbe-R apparaît. La répartition des énergies influence quant à elle, la force maximale déterminée à partir de la courbe force-déplacement mais également la valeur de la résistance dans la partie croissante de la courbe-R. Nous montrons également que le troisième et dernier paramètre pertinent du modèle cohésif, i.e, la résistance à la traction de l'interface, supposé intrinsèque au matériau, est déterminant sur le premier quart de la courbe force-déplacement.

MOTS-CLÉS : rupture quasi-fragile, courbe-R, modèle fissure cohésive.

ABSTRACT. The connections between the R-curve and the cohesive crack properties are studied in the case of quasibrittle fracture. From a bilinear softening behavior, which has the advantage to clearly characterize the energies relative to the microcracking and the crack bridging cohesive behaviors, it is shown that the Load-Deflection response and its corresponding R-curve are mainly governed by the energy distribution between both cohesive behaviors, microcracking and crack bridging, and by the critical opening of the cohesive crack. This one has a direct influence on the critical crack length for which the plateau value of the R-curve occurs. The energy distribution drives the maximum load, as well as the magnitude of the resistance in the rising part of the R-curve. On the other hand, the last relevant parameter of the cohesive model, i.e the tensile strength, might appear significant on the first quarter of the Load-Deflection response.

KEYWORDS : Quasibrittle fracture; R-curve; cohesive crack model.

1. INTRODUCTION

La rupture des matériaux quasi-fragiles comme le béton, le mortier, le bois et certains composites, est caractérisée par l'existence d'une zone endommagée devant le front de fissure (FPZ). Les théories de la mécanique non linéaire de la rupture sont donc requises pour décrire le comportement à la rupture des matériaux quasi-fragiles. Habituellement, le modèle le plus simple et le plus efficace pour caractériser la rupture quasi-fragile dans le cas des structures entaillées, est le modèle de la fissure cohésive (Bazant, 2002, Elices et al, 2002, Planas et al, 2003). Parmi les différents comportements adoucissants possibles, la fonction bilinéaire est bien connue pour décrire avec succès la rupture quasi-fragile. Cependant, malgré le succès des modèles de fissure cohésive, l'estimation des différents paramètres de rupture utilisés pour décrire le comportement bilinéaire afin d'obtenir des résultats

numériques satisfaisants par rapport aux résultats expérimentaux, sont encore de nos jours des opérations longues et peu claires. De plus, dans la plupart des études, la méthode utilisée pour estimer les paramètres cohésifs est rarement détaillée. D'autre part, puisque la mécanique linéaire élastique de la rupture ne peut directement pas s'appliquer aux matériaux quasi-fragiles compte tenu des phénomènes non linéaires dus à l'endommagement, une des adaptations de cette approche va être utilisée. Celle-ci consiste à considérer un problème linéaire élastique *équivalent* donnant d'utiles approximations (Bazant, 2002, Fett et *al*, 2000, Morel et *al*, 2005). Dans cette approche, la rupture quasi-fragile mène à une courbe résistance (courbe-R) plus ou moins prononcée. Ce comportement courbe-R caractérise l'énergie emmagasinée lors de la croissance de la zone endommagée jusqu'à la fissuration du matériau étudié.

Nous verrons que la courbe-R est un moyen utile pour estimer les propriétés de la fissure cohésive utilisées pour décrire la rupture quasi-fragile. Nous verrons que parmi les différents paramètres possibles seulement trois apparaissent comme étant très significatifs et directement liés aux caractéristiques de la courbe-R.

2. MODELE FISSURE COHESIVE

L'hypothèse basique de la fissure cohésive pour la rupture en mode I, est que la zone endommagée peut être décrite à partir d'une ligne fictive (qui est habituellement caractérisée par une interface d'épaisseur nulle) transmettant une contrainte normale. Celle-ci est une fonction décroissante de l'ouverture w de l'interface $\sigma = f(w)$, appelée fonction adoucissante (Hillerborg et *al*, 1976, Morel et *al*, 2005). La zone cohésive s'initie lorsque la contrainte σ , normale à l'interface, a atteint la résistance à la traction f_t . La contrainte normale dans la zone cohésive décroît avec l'ouverture de l'interface w jusqu'à devenir nulle à l'ouverture critique w_c . Autrement dit, $\sigma = f(w_c) = 0$, la zone cohésive correspond donc à la région où l'ouverture w est comprise entre 0 et l'ouverture critique w_c . Il est à noter que la surface sous la fonction adoucissante $f(w)$ représente l'énergie totale, habituellement appelée énergie de rupture cohésive, notée G_f , nécessaire pour séparer complètement l'interface à un point donné :

$$G_f = \int_0^{w_c} \sigma(w) dw$$

Dans la littérature, plusieurs fonctions sont suggérées comme par exemple des lois puissance, polynomiale.... L'étude de la forme apparaît de nos jours comme un champ très actif de recherche. En effet, la résistance à la propagation à la fissure G_R est étroitement liée à la forme de cette fonction. Dans le cadre de la rupture quasi-fragile, une des plus utilisées est la fonction bilinéaire proposée par Petersson (Petersson, 1981). Un exemple est présenté en Fig.1.

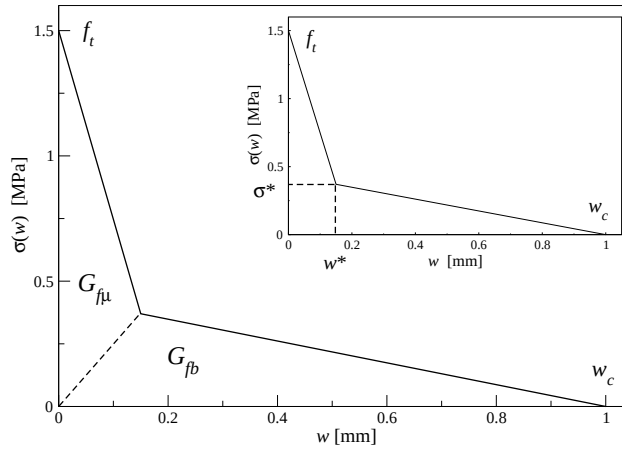


Fig.1 : loi cohésive.

Cette fonction a le grand avantage de distinguer les deux grands comportements cohésifs que sont, (i) la microfissuration notée $G_{f\mu}$ où habituellement la fissure ne peut être encore discernée et qui correspond à la première pente dans la Fig.1 (i.e, où l'ouverture w est très faible et la contrainte cohésive σ est proche de f_t), et, (ii) le pontage des fissures notée G_{fb} , correspondant à la transmission de la contrainte par le biais d'une fissure qui est presque formée par la ramification des agrégats d'une face de la fissure par rapport à l'autre et qui correspond à la seconde pente dans la Fig.1. De plus, la fonction bilinéaire permet de définir clairement les énergies liées à la microfissuration et à celle liée au pontage des fissures, notée respectivement $G_{f\mu}$ et G_{fb} :

La somme des deux énergies est égale à l'énergie de rupture cohésive, G_f . Comme le matériau est considéré comme linéaire élastique, dans le cas d'une décharge, la courbe adoucissante doit être linéaire élastique et ne doit pas induire un déplacement résiduel w , ceci doit être vérifié en tout point.

D'autre part, il a été récemment suggéré (Coureau et al, 2006), dans le cas où la courbe-R possède une valeur plateau que l'énergie de rupture cohésive notée G_f doit être égale à la valeur plateau de la courbe-R G_{RC} . La fonction bilinéaire peut désormais être définie à partir des trois propriétés suivantes :

- ✓ l'ouverture critique w_c de l'interface pour laquelle la contrainte cohésive σ devient nulle.
- ✓ Le ratio entre l'énergie de microfissuration et l'énergie de rupture $G_{f\mu}/G_f$ permettant de définir la répartition entre les deux comportements cohésifs.
- ✓ La résistance à la traction f_t de l'interface au-delà de laquelle l'endommagement s'initie.

3. INFLUENCE DES PARAMETRES COHESIFS

3.1 INFLUENCE DE w_c

Dans cette partie, nous étudierons l'influence de l'ouverture critique w_c sur la courbe force-déplacement d'une éprouvette DCB obtenue à partir du modèle cohésif et sur la courbe-R correspondante. Pour tous les calculs numériques, l'énergie de rupture cohésive G_f doit être égale à la valeur plateau de la courbe-R, c'est-à-dire $G_f = G_{RC} = 286 \text{ J/m}^2$ comme il a été mentionné. La résistance à la traction au-delà de laquelle on commence à endommager le matériau f_t , est fixé

arbitrairement et est égale à 1MPa. La répartition d'énergie est également prise arbitrairement, elle est fixée à 50%. Une fois ces deux paramètres fixés, nous regardons l'influence de l'ouverture critique pour quatre valeurs distinctes de $w_c = 0.8, 1, 1.2$ et 1.6 mm. A partir du modèle cohésif et pour ces quatre différentes lois cohésives, les courbes force-déplacement, obtenues à déplacement imposé, sont représentées sur la Fig2(a) ainsi que les courbes-R correspondantes sur la Fig2(b).

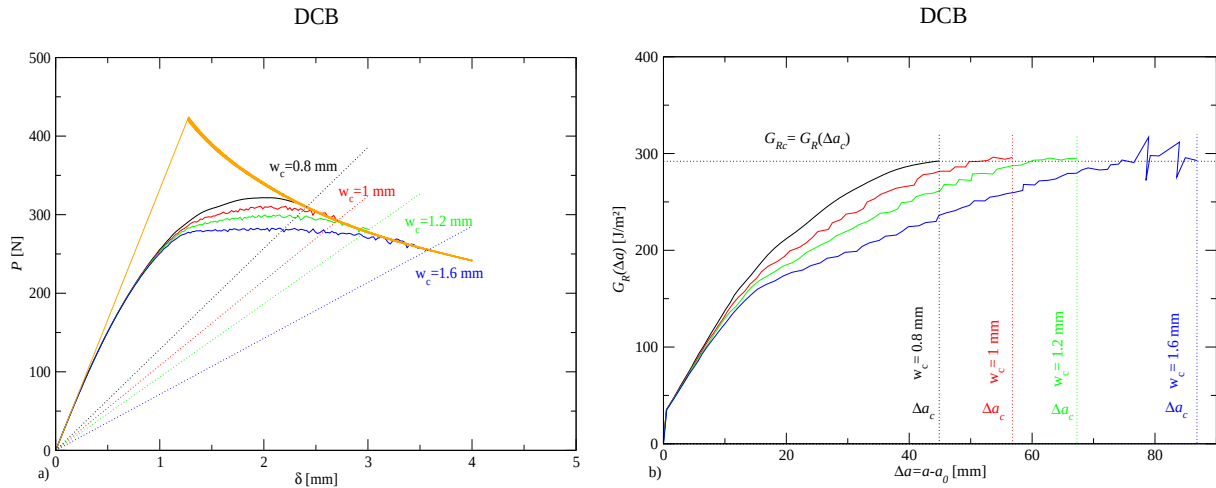


Fig.2 : P-d curve(a) et R-curve(b).

On peut observer sur la Fig.2(a) qu'une augmentation de l'ouverture critique influence le point de jonction entre la réponse numérique et la réponse issue de la équivalente LEFM à $G_R = G_{RC} = \text{cte}$. En effet, la propagation à G_R constant est atteinte lorsque l'ouverture de l'interface w dépasse l'ouverture critique w_c , autrement dit lorsque toute l'énergie sous la courbe adoucissante de la loi cohésive a été consommée. Par conséquent, la valeur plateau de la courbe-R est atteinte et donc $G_f = G_{RC}$. Cela implique également que la zone cohésive a atteint sa taille maximale. Alors le point de jonction entre les deux courbes correspond à la propagation de la fissure numérique avec sa taille critique. Comme nous le verrons par la suite, lors de la propagation de la fissure numérique, la taille de la zone critique reste quasi-constante. Dès lors cette dernière peut être estimée au point de jonction. De plus, l'augmentation de la longueur de la zone cohésive correspond à la partie croissante de la courbe-R. En effet, le développement de la zone cohésive induit une augmentation de la complaisance de l'éprouvette et donc cela se traduit par une propagation de fissure élastique équivalente. C'est la raison pour laquelle, sur la Fig.2(b), lorsque l'ouverture critique w_c croît, l'incrément de longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_c croît.

En conséquence, les différents points de jonction le long de la courbe théorique Fig.2(a) (c'est-à-dire à propagation à résistance constante (courbe orange)) met en évidence que plus l'ouverture critique w_c croît et plus la longueur de fissure élastique équivalente a_c (pour laquelle la résistance à la propagation de fissure atteint la valeur plateau G_{RC}) croît Fig.2(b). En d'autres termes, l'ouverture critique w_c est étroitement lié à la longueur de fissure élastique équivalente critique a_c ou à l'incrément de fissure élastique équivalente critique $\Delta a_c = a_c - a_0$.

3.2 INFLUENCE DE LA REPARTITION DES ENERGIES

Pour cette étude l'ouverture critique w_c est fixé à 1mm tandis que la résistance à la traction f_t est prise arbitrairement égale à 1 MPa. Différentes répartitions sont alors envisagées $G_{f\mu}/G_f = 35, 50$ et 65 % sachant que l'énergie de rupture G_f doit toujours rester égale à la résistance critique à la propagation de fissure $G_{RC} = 286 \text{ J/m}^2$. Les résultats sont présentés ci-dessous avec les courbes force-déplacement Fig.3(a) et leur courbes-R correspondantes sur la Fig.3(b). Le premier point important est que malgré les différentes répartitions d'énergies, pour un w_c fixé, toutes les courbes se rejoignent en un seul et même point Fig.3(a) et comme attendu de part la partie précédente. Elles convergent vers un même incrément de longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_c identique Fig.3(b). Sur la Fig.3(a), on peut voir que la répartition des énergies influe sur la partie non linéaire de la réponse (c'est-à-dire la partie relative à la croissance de la zone cohésive) et spécialement sur la charge maximale. On peut également constater sur la Fig.3(b) qu'une augmentation de la répartition entraîne une augmentation de la résistance dans la partie croissante de la courbe-R mais sans changer la valeur plateau G_{RC} . Ceci s'explique par le fait qu'on ait une énergie de rupture G_f constante et que dès qu'on augmente la répartition des énergies, on augmente de ce fait la proportion de l'énergie de microfissuration au détriment de l'énergie liée au pontage des fissures. De plus, comme dans le comportement cohésif, la première énergie à s'activer dans la zone cohésive, est l'énergie de microfissuration, il est facilement concevable que cela se répercute directement sur la réponse macroscopique de l'éprouvette, c'est-à-dire que l'on observe une aussi forte augmentation de la résistance G_R dans la première moitié ou les deux tiers de la partie croissante de la courbe-R.

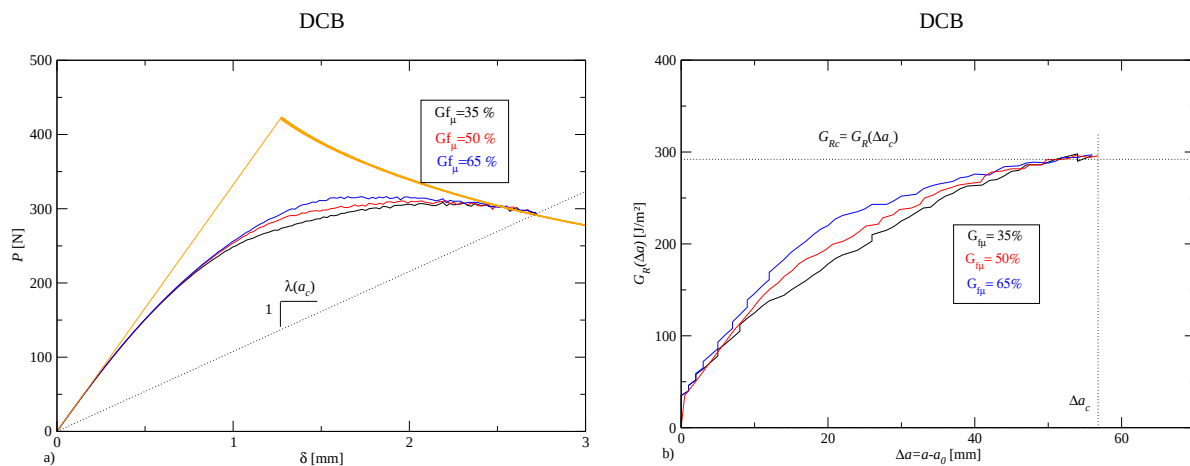


Fig.3 : P-d curve(a) et R-curve(b).

L'amplitude de la courbe force-déplacement dans partie non linéaire, c'est-à-dire dans sa partie liée au développement de la zone cohésive, ainsi que sa résistance correspondante G_R dans la partie croissante de la courbe-R, semble être une fonction monotone croissante du ratio entre l'énergie de microfissuration et l'énergie de rupture.

3.3 INFLUENCE E LA LIMITE ELASTIQUE

Pour étudier l'influence de f_t , nous avons fixé deux paramètres, à savoir l'ouverture critique $w_c = 1\text{mm}$ et la répartition d'énergie $G_{f\mu}/G_f = 50\%$. Sachant que l'énergie de rupture G_f étant toujours égale à la valeur plateau de la courbe-R G_{RC} , ici $G_f = 236 \text{ J/m}^2$.

Plusieurs valeurs sont donc testées, $f_t = 0.8, 1, 1.3$ et 1.6 MPa. Les courbes force-déplacement ainsi obtenues sur la Fig.4(a) montrent que la résistance à la traction influence énormément la partie liée au début de la propagation de la fissure élastique équivalente, c'est-à-dire la première partie de la réponse dans le régime non linéaire localisée juste après la charge élastique. Comme mentionné précédemment (Coureau et al, 2006), le début de la partie non linéaire est liée au début de l'endommagement localisé dans l'interface ou au début du comportement adoucissant, c'est-à-dire quand la contrainte normale à l'interface σ a atteint sa valeur maximale f_t au début de la fissure initiale. Le niveau de la charge élastique (juste avant d'endommager le matériau) est donc fonction de f_t . Effectivement c'est ce que l'on constate sur la Fig.4(a) plus la résistance f_t est grande et plus le niveau de la charge élastique (charge à partir de laquelle on quitte le domaine élastique) est grande.

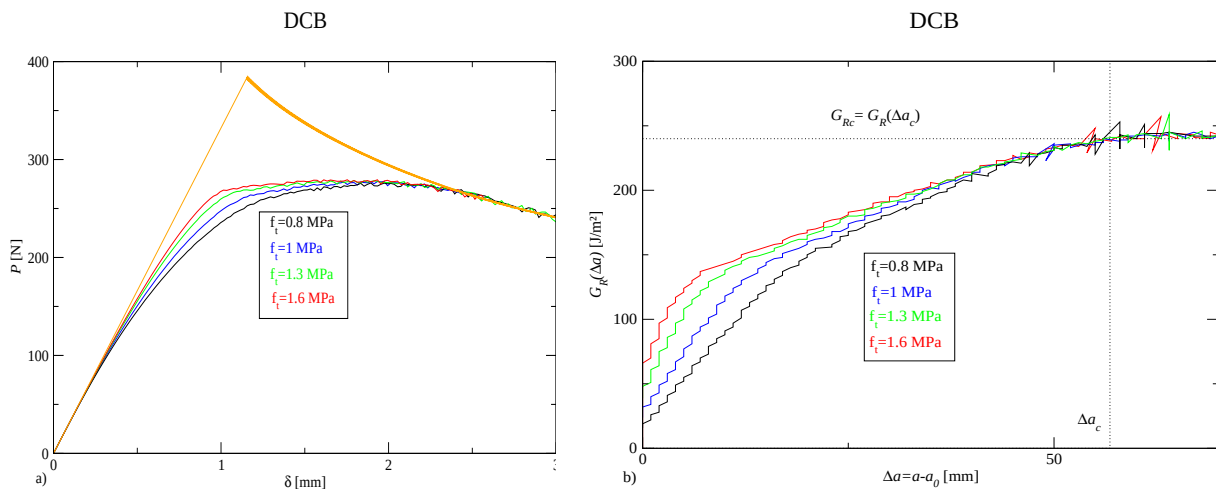


Fig.4 :P-d curve(a) et R-curve(b).

Compte tenu de ces observations, il apparaît que l'influence de la résistance à la traction f_t , n'influençant que sur le début de la courbe force-déplacement Fig.4(a) ainsi que sur le premier tiers de la courbe-R correspondante Fig.4(b), est de moindre importance par rapport à la répartition des énergies et à l'ouverture critique de l'interface.

4. RELATION ENTRE G_f ET G_{RC}

Un des points les plus importants entre le comportement courbe-R et les propriétés de la fissure cohésive, est que l'énergie de rupture cohésive G_f correspondant à l'aire sous la courbe $\sigma = f(w)$, doit correspondre à la valeur plateau de la courbe-R G_{RC} (Coureau et al, 2006). L'explication de ce lien fondamental s'appuie sur plusieurs arguments.

Tout d'abord, la longueur de la zone cohésive l_{coh} a été représentée en fonction de l'incrément de longueur de fissure élastique équivalente Δa ci-dessous (Fig.7). La longueur de la zone cohésive l_{coh} est définie comme étant la longueur entre le fond de fissure numérique (c'est-à-dire le fond de la fissure initiale) et le point où la contrainte normale à l'interface atteint la limite élastique f_t . On peut constater sur la Fig.7 que la zone cohésive se développe et semble atteindre une valeur plateau, notée $l_{coh,c}$ pour une longueur de fissure légèrement supérieure à celle correspondant à la valeur plateau de la résistance G_{RC} . Néanmoins, nous pouvons également observer que le développement de la zone cohésive est analogue à celui de la résistance à la propagation de fissure G_R et tout particulièrement la propagation de fissure à résistance constante, c'est-à-dire lorsque la valeur plateau est atteinte, survient pour la

longueur critique de la zone cohésive l_{coh} qui reste dès lors constante lors de cette propagation. De plus il a été observé que lors de la croissance de la zone cohésive donc pour $\Delta a < \Delta a_c$ la fissure numérique a_{num} coïncide avec la fissure initiale a_0 et que pour des incréments de longueur de fissure $\Delta a \geq \Delta a_c$ la fissure numérique a_{num} se propage, c'est-à-dire $a_{num} > a_0$. Par conséquent, la propagation à résistance constante (i.e à G_{RC}) est liée à la propagation de la taille critique de la zone cohésive l_{coh} correspondant à la propagation de la fissure numérique.

De plus, des observations sur des résultats numériques mènent à la constatation suivante : durant la propagation de la zone cohésive, qui a atteint sa taille critique, le profil de la contrainte normale à l'interface $\sigma(x)$ le long de la zone cohésive (x étant la direction de propagation de la fissure numérique) reste inchangé et ce pour de grandes longueurs de fissure élastique équivalente (cf Fig.8).

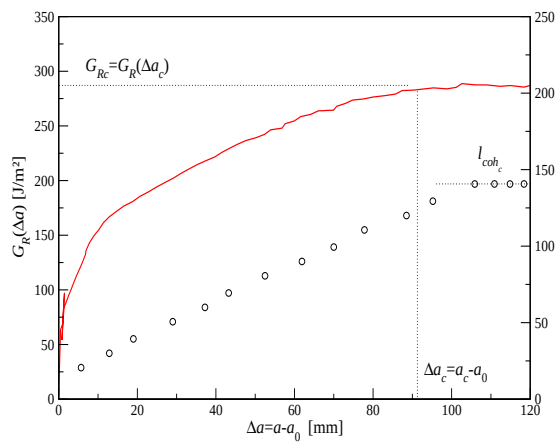


Fig.7 :R-curve et longueur cohésive.

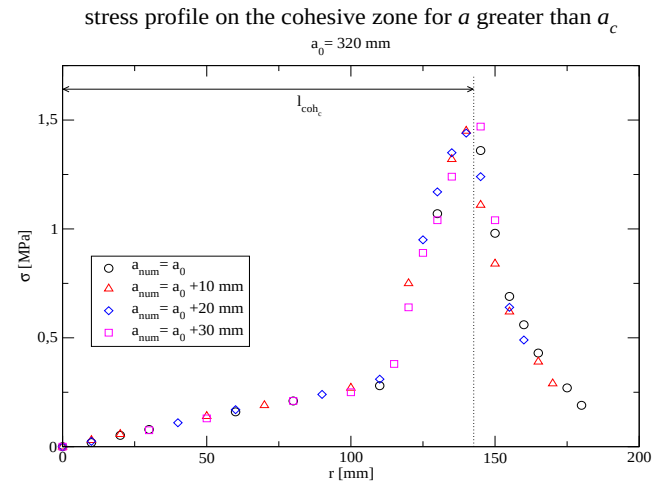


Fig.8 :profil de contrainte dans la zone cohésive.

De plus, pour des longueurs de fissures $a > a_c$ qui correspond à la propagation de la fissure numérique, lorsque la fissure numérique se propage d'un incrément da , la fissure élastique équivalente se propage du même incrément da .

En conséquence, durant la propagation de la fissure numérique, si la longueur de la zone cohésive reste de taille constante et si le profil de la contrainte normale à l'interface dans la zone cohésive reste inchangé, la zone cohésive peut être considérée comme étant dans un état stationnaire en terme énergétique dans le sens où elle n'a pas besoin d'énergie liée à la modification de sa longueur et/ou de sa distribution de contrainte.

D'autre part, la propagation de la fissure numérique (avec sa taille critique de zone cohésive) d'un incrément da restitue l'énergie dW pouvant être considérée comme une énergie nécessaire à séparer deux faces en vis-à-vis en un point donné. Donc l'énergie restituée dW peut être exprimée en fonction de l'énergie de rupture G_f comme $dW = G_f (bda)$ où (bda) correspond à la surface fissurée pour l'incrément da . De plus, comme un incrément numérique da correspond au même incrément en terme de longueur de fissure élastique équivalente, la résistance macroscopique à la propagation de fissure G_R peut être estimée à partir de l'énergie restituée dW comme $G_R = dW / (bda) = G_f = K$. La dernière expression est donc valable pour toute longueur de fissure élastique équivalente $a \geq a_c$, c'est-à-dire lorsque la fissure numérique commence à se propager avec sa taille critique de la zone cohésive.

Le fait que la résistance G_R tende vers une constante définissant la valeur plateau de la résistance G_{RC} , alors $G_R(a \geq a_c) = G_{RC} = G_f$

CONCLUSION

La relation entre les propriétés de la fissure cohésive et la courbe-R ont été étudiés dans le cadre de la rupture quasi-fragile. Sur la base d'une fonction adoucissante bilinéaire, qui a le grand avantage de bien séparer les deux comportements cohésifs que sont l'énergie de microfissuration et l'énergie du au pontage des fissures, l'influence de chaque paramètre cohésif a été étudié à partir de nombreuses simulations numériques. Pour une taille et géométrie d'éprouvette donnée (ici une DCB), il a été montré que la réponse force-déplacement et la courbe-R correspondante sont grandement influencées par la répartition d'énergie entre les deux comportements cohésifs et par la valeur de l'ouverture critique de l'interface w_c . L'ouverture critique influence directement la longueur de fissure élastique équivalente critique a_c (ou l'incrément de longueur de fissure élastique équivalente critique Δa_c) pour laquelle la valeur de plateau de la courbe-R est atteinte alors que la répartition d'énergie influence le niveau de charge de la courbe force-déplacement dans sa partie liée au développement de la zone cohésive aussi bien que sur sa résistance correspondante dans la partie croissante de la courbe-R. D'autre part, l'influence de la résistance à la traction f_t paraît se limiter au premier quart (voire le premier tiers) de la courbe force-déplacement ainsi que sur la courbe-R correspondante. Finalement, la relation liant l'énergie de rupture cohésive de la valeur plateau de la courbe-R a été détaillée. La courbe-R apparaît donc être un outil très utile pour estimer les différents paramètres de la fissure cohésive.

BIBLIOGRAPHIE

- Bazant ZP. Concrete fracture models: testing and practice. *Engng Fract Mech* 2002;69:165-205.
- Coureau JL, Morel S, Gustafsson PJ, Lespine C. Influence of the fracture softening behaviour of wood on load-COD curves and R-curve. *Mater Struct* 2006.
- Elices M, Guinea GV, Gomez FJ, Planas J. The cohesive zone model : advantage, limitations and challenges. *Engng Fract Mech* 2002;69:137-163.
- Fett T, Munz D, Geraghty RD, White KW. Influence of specimen geometry and relative crack size on the R-curve. *Engng Fract Mech* 2000;66:375-386.
- Hillerborg A, Modeer M, Petersson PE. Analysis of crack formation and crack growth in concrete by means of fracture mechanics and finite elements. *Cement and Concrete Research* 1976; 06:773-782.
- Morel S, Dourado N, Valentin G, Morais J. Wood: a quasibrittle material. R-curve behaviour and peak load evaluation. *Int J Fract* 2005;131:385-400.
- Petersson PE. Crack growth and development of fracture zone in plain concrete and similar materials. *Report TVBM-1006*, Lund University, Sweden. 1981.
- Planas J, Elices M, Guinea GV, Gomez FJ, Cendon DA, Arbilla I. Generalizations and specializations of cohesive crack models. *Engng Fract Mech* 2003;70:1759-1776.