

Modèle élastoplastique endommageable non local pour la modélisation du comportement structural du béton

Abbas Krayani

ERT R&DO –Institut de Recherche en Génie Civil et Mécanique (GeM) – UMR CNRS 6183, Ecole Centrale de Nantes – 1, rue de la Noë – 44321 NANTES Cedex 3

RESUME. Un modèle élastoplastique endommageable non local est développé pour reproduire le comportement structural du béton soumis à un mode mixte de rupture. La loi de comportement présentée est basée sur le concept des contraintes effectives. L'approche régularisée en gradient, basée sur le calcul d'un tenseur de déformations non locales, est adaptée à la description de l'endommagement. La simulation numérique d'une poutre continue de grande hauteur met en évidence la capacité du modèle à reproduire correctement le mode de rupture. Enfin, la modélisation d'un volume structural représentatif de l'enclume de confinement de centrales nucléaires est l'occasion de confronter le modèle à une application pré – industrielle.

MOTS-CLÉS : élastoplasticité, endommagement, mode mixte de rupture.

ABSTRACT. An elastoplastic nonlocal damage model is developed for modelling concrete structure behaviour with mixed mode failure. The damage is coupled to plasticity in the so called effective stress approach. A regularization technique, based on the implicit gradient definitions of the non local strain tensor, is introduced to overcome the deficiencies induced by the softening damage relation. The numerical simulation of continuous deep beam illustrates the capacity of the model to reproduce correctly the mode of failure. Finally, the modelisation of a representative structural volume of a containment vessel of a French nuclear power plant is the occasion to confront the model with a pre industrial application.

KEYWORDS: elastoplasticity, damage, mixed mode failure.

1. INTRODUCTION

Tenant compte de la spécificité des matériaux cimentaires dont la fissuration est essentiellement due aux sollicitations de traction, plusieurs modèles d'endommagement ont été conçus. Par exemple, le modèle d'endommagement isotrope développé par Mazars (Mazars, 1984) quantifie l'évolution de l'endommagement en fonction des valeurs propres positives du tenseur de déformations. Ce critère est souvent utilisé pour sa simplicité et sa précision relative à représenter la rupture en mode I et la réponse globale sous un chargement monotone.

Dans le cas particulier des structures en béton précontraint l'état de contrainte peut-être localement bi ou tri-axial. Dépendant du niveau de confinement, le mode de rupture peut changer du mode I au mode II (Sfer *et al.*, 2002). Cette transition du mode de rupture est difficilement représentée par les modèles d'endommagement scalaire classique.

Dans cette contribution, la plasticité est combinée à la loi constitutive d'endommagement pour modéliser le comportement du béton soumis à des sollicitations complexes. La loi de comportement

est basée sur le concept des contraintes effectives car il permet de séparer simplement l'endommagement et la plasticité. L'approche régularisée en gradient, basée sur le calcul d'un tenseur de déformations non locales, est adaptée à la description de l'endommagement. Pour valider notre approche deux applications structurelles sont étudiées : une poutre en béton armé de grande hauteur puis un volume structurel représentatif d'une enceinte de confinement de centrale nucléaire.

2. FORMULATION DU MODELE

Les effets liés à la plasticité (déformations irréversibles) et à l'endommagement (adoucissement) sont simulés conjointement par le modèle. A partir du tenseur de déformations totales ε , une contrainte effective σ' est calculée avec les relations de plasticité. Ensuite, connaissant la décomposition élastique – plastique des déformations ($\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^p$), les déformations locales ε^e et non locales $\bar{\varepsilon}^e$, l'endommagement D et la contrainte « réelle » σ' sont successivement obtenus.

2.1. PLASTICITE

La surface seuil a été choisie pour remplir trois objectifs (Jason *et al.*, 2006). Tout d'abord, des déformations irréversibles doivent apparaître pendant l'application du chargement mécanique. Ensuite, le comportement volumique doit être correctement simulé avec l'apparition d'un changement contractant vers dilatatant observé en compression simple. Enfin, une attention particulière est apportée à la simulation du confinement. Pour des niveaux de pressions hydrostatiques conséquents, des effets plastiques apparaissent expérimentalement (diminution du module élastique, Sfer *et al.*, 2002). Cela suppose une fonction fermée selon le premier invariant (existence d'un seuil plastique en confinement) et élimine les équations de type Drucker – Prager.

La surface seuil choisie dans cette contribution dépend des trois invariants de contraintes normalisés ($\bar{\rho}, \bar{\xi}, \theta$) et d'une variable d'écrouissage k_h comprise entre 0 et 1 (Etse *et al.*, 1994)

$$\bar{\xi} = \frac{\sigma'_{ij}}{r_c \sqrt{3}} \quad \bar{\rho} = \frac{\sqrt{s'_{ij} s'_{ij}}}{r_c} \quad \theta = \frac{1}{3} \arcsin \left(-\frac{\sqrt{3}}{2} \frac{s'_{ij} s'_{jk} s'_{ki}}{(s'_{ij} s'_{ji})^{3/2}} \right) \quad [\text{Eq. 1}]$$

avec σ'_{ij} et s'_{ij} respectivement les composantes du tenseur des contraintes effectives et déviatoriques. r_c représente un des paramètres du modèle.

F est ensuite définie à partir de trois fonctions $\hat{k}$ (fonction écrouissage), $\bar{\rho}_c$ (invariant déviatorique) et r (fonction de forme déviatorique)

$$F = \bar{\rho}^2(\sigma') - \frac{\hat{k}(\sigma', k_h) \bar{\rho}_c^2(\sigma')}{r^2(\sigma')} \quad [\text{Eq. 2}]$$

On peut noter que lorsque le paramètre k_h prend sa valeur maximale égale à 1 la surface seuil devient une surface limite pour laquelle aucun écrouissage n'est possible. Le système d'équations caractéristiques du problème de plasticité (Perez-Foguet *et al.*, 2000) est résolu avec une méthode itérative associée à un algorithme de Newton – Raphson.

2.2. ENDOMMAGEMENT

Le modèle d'endommagement décrit la dégradation du matériau en introduisant une grandeur scalaire D quantifiant l'influence de la microfissuration. Pour définir le développement de l'endommagement, une déformation équivalente ε_{eq} est calculée à partir du tenseur de déformations élastiques ε^e . Par exemple, le modèle de Von Mises modifié (de Vree *et al.*, 1995) calcule ε_{eq} à partir des invariants de déformation et de contrainte :

$$\varepsilon_{eq} = \frac{k-1}{2(k-1)} I_1^\varepsilon + \frac{1}{2k} \sqrt{\frac{(k-1)^2}{(1-2\nu)^2} I_1^{\varepsilon^2} + \frac{2k}{(1+\nu)^2} J_2^\varepsilon} \quad [\text{Eq. 3}]$$

Dans cette contribution, la définition de la déformation équivalente proposée par Mazars (Mazars, 1984) est retenue :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{\sum_{i=1}^3 \left(\langle \varepsilon_i^e \rangle_+ \right)^2} \quad [\text{Eq. 4}]$$

avec $\langle \varepsilon_i^e \rangle_+$ les déformations élastiques principales positives. La fonction de charge g est définie par :

$$g(\varepsilon^e, D) = \tilde{d}(\varepsilon^e) - D \quad [\text{Eq. 5}]$$

où la variable d'endommagement D prend la valeur maximale atteinte par $\tilde{d}$ durant l'histoire du chargement. $\tilde{d}$ est définie par une loi d'évolution qui distingue les réponses du matériau en traction et en compression à l'aide de deux couples de scalaires (α_t, D_t) pour la traction et (α_c, D_c) pour la compression.

$$\tilde{d}(\varepsilon^e) = \alpha_t(\varepsilon^e) D_t(\varepsilon_{eq}) + \alpha_c(\varepsilon^e) D_c(\varepsilon_{eq}) \quad [\text{Eq. 6}]$$

Les expressions des différents paramètres sont données dans (Mazars, 1984).

L'évolution de l'endommagement est finalement déterminée par les conditions de Kuhn – Tucker :

$$g \leq 0, \quad \dot{D} \geq 0, \quad g \dot{D} = 0 \quad [\text{Eq. 7}]$$

Une fois la valeur de l'endommagement connue, la contrainte est calculée à partir de l'équation :

$$\sigma = (1 - D) \sigma' \quad [\text{Eq. 8}]$$

Pour traiter la localisation de l'endommagement une technique de régularisation doit être introduite (Pijaudier-Cabot *et al.*, 1987). L'approche régularisée en gradient (Peerlings *et al.*, 1996) basée sur le calcul d'un tenseur de déformations non locales, est adaptée à la description de l'endommagement

$$\varepsilon_{ij}^e = \bar{\varepsilon}_{ij}^e - c \nabla^2 \bar{\varepsilon}_{ij}^e \quad [\text{Eq. 9}]$$

avec ∇^2 est l'opérateur Laplacien et c caractérise l'interaction non locale. La déformation équivalente [Eq. 4] est écrite en fonction de la déformation non locale $\bar{\varepsilon}_{ij}^e$.

Le modèle dans sa version non locale ne sera pas utilisé dans les applications structurales présentées dans cette contribution car il nécessiterait une densité de maillage telle que le calcul serait difficilement réalisable (capacité insuffisante des machines).

3. APPLICATION STUCTURELLE

3.1. POUTRE CONTINUE EN BETON ARME DE GRANDE HAUTEUR

Cet exemple propose une comparaison entre des simulations numériques du modèle élastoplastique endommageable et les résultats expérimentaux sur une poutre continue en béton armé de grande hauteur proposé par Asin (Asin, 1992) afin d'estimer les performances du modèle et sa capacité à simuler correctement le mode de rupture du béton. De plus, une étude numérique comparative a été réalisée avec deux modèles d'endommagement scalaires pour mettre en avant l'amélioration apportée par l'introduction de la plasticité à la loi constitutive d'endommagement. Compte tenu de la symétrie de la poutre seule une moitié est simulée.

La Figure 1 propose une comparaison entre les profils expérimentaux de fissurations et les profils d'endommagement numérique du modèle élastoplastique endommageable. Comme observé expérimentalement, une bande d'endommagement (mode I) s'amorce d'abord au milieu de la travée (étape A). Une augmentation de charge supplémentaire conduit à un développement de la bande d'endommagement et la propagation de l'endommagement (mode I & II) s'étend vers les appuis (étape B), puis une bande d'endommagement en mode II se forme soudainement (étape D). La charge ultime de rupture obtenue expérimentalement est 1180 kN et la valeur numérique correspondante est 1285 kN soit une erreur de 11 %.

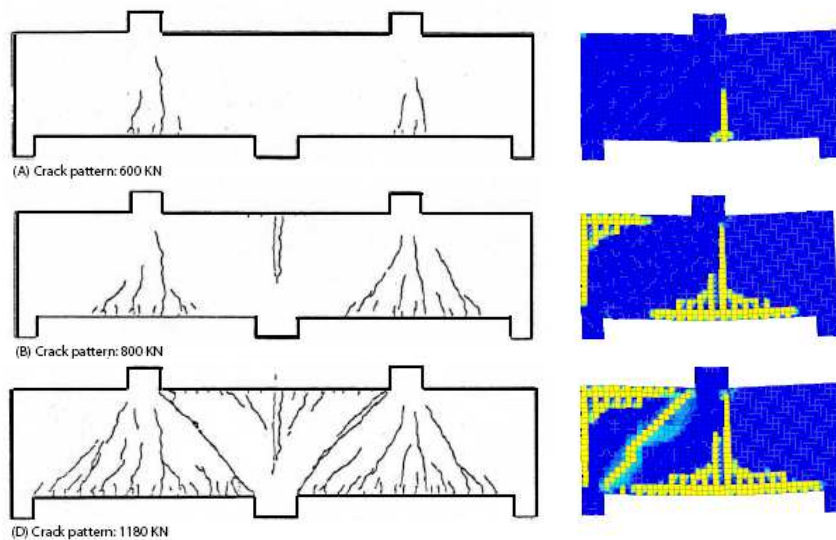


Figure 1 : Développement de la fissuration dans la poutre continue. Comparaison expérience-simulation.

En revanche, les deux modèles d'endommagement scalaires (Mazars, 1984, et de Vree, 1995) ne sont pas capables de décrire correctement le comportement structural complexe. La Figure 2 montre les profils d'endommagement des deux modèles où la rupture est seulement en mode I. La Figure 3 compare les courbes force – déplacement pour les trois modèles. Les charges au pic pour les modèles scalaires d'endommagement sous-estiment les données expérimentales car la rupture est en mode I. L'introduction de la plasticité a donc une conséquence directe sur l'amélioration de la prédiction du mode de rupture dans le cas de rupture en cisaillement.

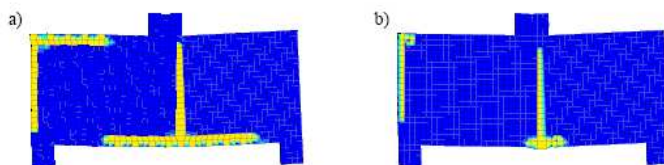


Figure 2 : Endommagement dans la poutre avec le modèle de a) Mazars et b) Von mises modifiée.

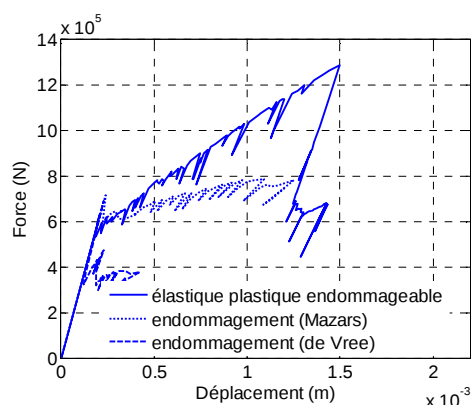


Figure 3 : Courbes Force-déplacement .

3.2. PARTIE COURANTE D'ENCEINTE DE CONFINEMENT DE CENTRALES NUCLEAIRES

Dans cette section, la simulation est réalisée sur un Volume Structural Représentatif VSR d'une enceinte de confinement de centrale nucléaire. La Figure 4 illustre la position du volume représentatif dans la structure complète et ses dimensions. Il contient tous les éléments de l'enceinte de confinement : le béton, les aciers passifs verticaux et horizontaux, les épingles et les câbles de précontraintes verticaux et horizontaux.

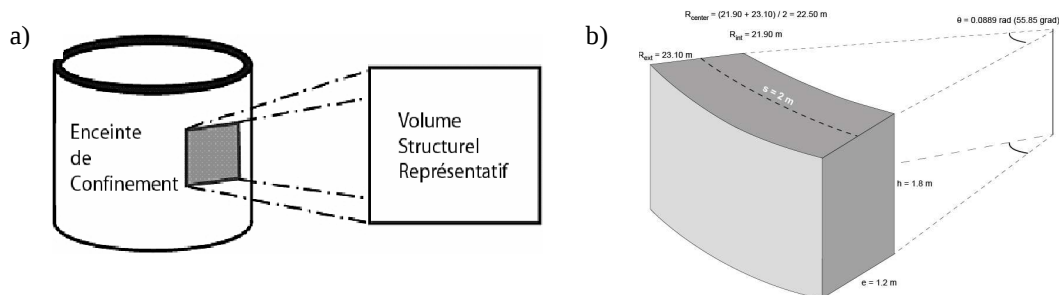


Figure 4 : a) Position du VSR dans l'enceinte de confinement. b) Géométrie et dimension.

La structure est modélisée en 3D où le béton est discrétisé par des éléments volumiques, le câble est modélisé successivement par des éléments filaires 1D (VSR complet) et par des éléments volumiques 3D (quart du VSR) afin de comparer les deux approches. Les sollicitations mécaniques sont modélisées par une pression radiale sur l'intrados du volume.

Dans un premier temps, une analyse de l'influence du maillage sur les résultats est réalisée. La Figure 5 présente les profils d'endommagement après la mise en tension du câble (1D) pour deux maillages de densité différentes avec le modèle de Mazars. La courbure des câbles horizontaux entraînent des efforts horizontaux qui sont transmis aux mailles bétons entourant les mailles du câble. Ceci explique pourquoi l'endommagement est de 0,387 pour le maillage fin et seulement de 0,011 pour le maillage grossier.

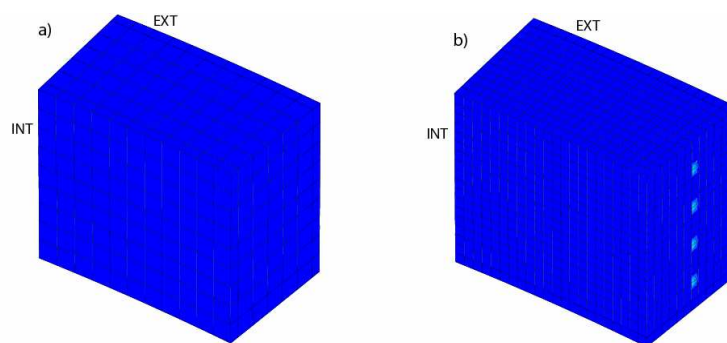


Figure 5 : Endommagement du VSR après la mise en précontrainte pour les deux maillages.

La Figure 6 montre les profils d'endommagement après la mise en tension du câble 3D avec le modèle de Mazars. On peut remarquer une localisation de l'endommagement autour des câbles de précontrainte aussi bien horizontaux que vertical.

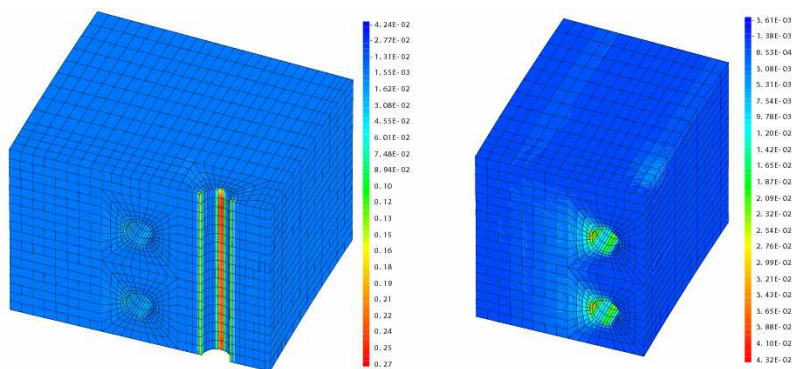


Figure 6 : Endommagement dans le quart VSR (gauche) et dans une coupe après la mise en précontrainte.

Là encore l'endommagement autour des câbles horizontaux est dû aux effets de courbure mais reste très faible (0,04) comparé à celui autour du vertical (0,27) dû à l'effet d'une inclusion rigide (câble 3D). La simulation du VSR est aussi étudiée par le modèle élastoplastique endommageable présenté dans cette contribution afin de confronter le modèle à une application pré-industrielle. La Figure 7 propose une comparaison des profils d'endommagement du modèle isotrope simple avec celui du modèle plastique endommageable après la mise en précontrainte. Les deux profils sont identiques, néanmoins la valeur maximale de l'endommagement (0,35) obtenue par la loi de comportement

complète est plus grande que celle (0,27) du modèle Mazars. Ceci peut être expliqué par le fait que le modèle d'endommagement sans plasticité propose une surestimation des contraintes dans le béton (due à la définition de la déformation équivalente du modèle Mazars).

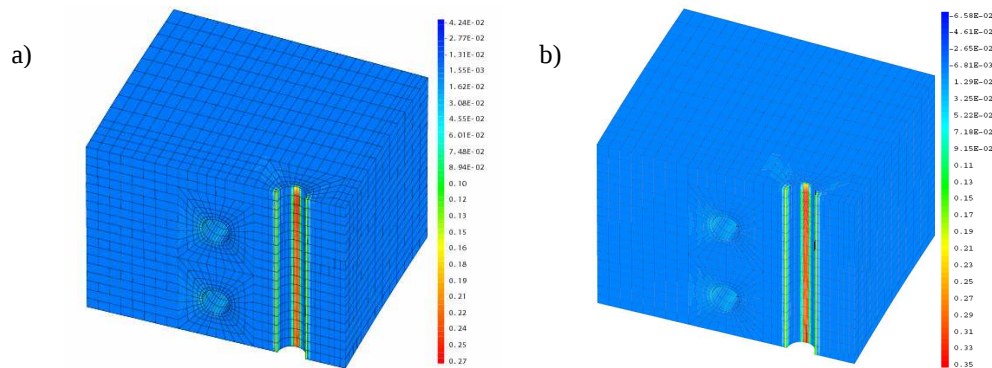


Figure 7 : Endommagement après la mise en précontrainte a) modèle de Mazars. b) modèle élastoplastique endommageable .

La Figure 8 représente les profils d'endommagement à rupture pour les deux différents maillages avec l'approche filaire du câble (1D). Contrairement aux objectifs fixés, d'un point de vue numérique le câble vertical n'engendre pas de défaut géométrique capable d'amorcer la rupture. Il semble que le défaut numérique le plus important soit d'abord les épingles qui amorcent la rupture globale, puis les erreurs d'arrondi numérique qui entraînent une rupture anti-symétrique dont la position semble aléatoire.

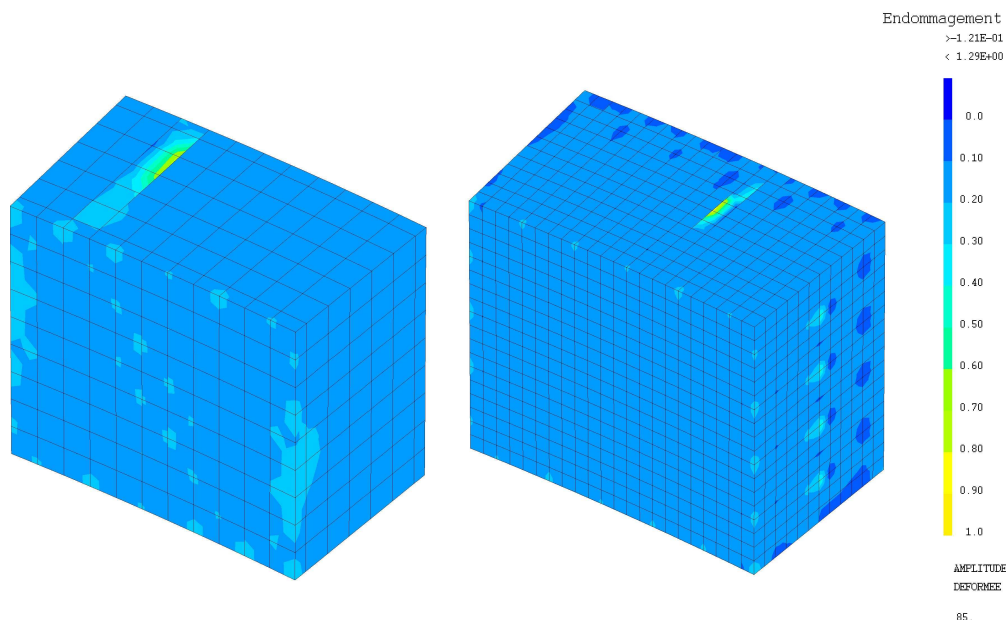


Figure 8 : Endommagement à rupture pour les deux maillages.

Les profils d'endommagement à rupture avec la représentation volumique du câble sont illustrés dans la figure 9. Ils montrent clairement que la fissuration s'amorce et se propage à partir du câble vertical. Toutefois, la simulation du quart du VSR avec le modèle de Mazars présente la rupture en mode I (Figure 9a). En revanche, le modèle plastique endommageable produit un mode mixte de rupture.

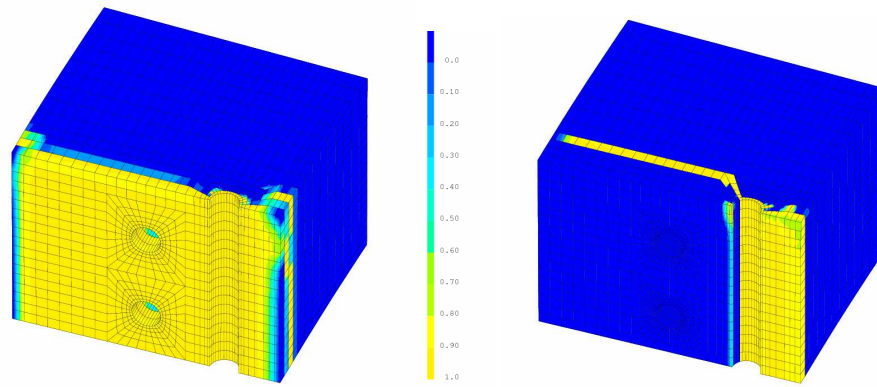


Figure 9 : Endommagement à rupture du VSR avec a) modèle de Mazars. b) modèle élastoplastique endommageable.

4. CONCLUSION

Une relation élasto – endo – plastique a été développée afin de limiter les inconvénients des modèles d'endommagement scalaire. La simulation numérique de la poutre continue en béton armé a permis de mettre en évidence l'amélioration apportée par l'introduction de la plasticité à la loi constitutive d'endommagement. Le mode de rupture du béton est simulé correctement et le pic de charge est en accord avec les résultats expérimentaux. Les modèles d'endommagement scalaire sans plasticité ne sont pas capables de décrire le comportement structural du béton soumis au mode mixte de rupture. Enfin, la simulation d'un VSR de l'enceinte de confinement souligne d'une part le rôle du câble de précontrainte dans l'amorçage de la fissuration et l'avantage de l'approche volumique et d'autre part de confronter le modèle à une application pré – industrielle.

5. BIBLIOGRAPHIE

- Asin M. (1992) « Behavior of statically indeterminate deep beams » *Progress in Concrete research*, Delf University of technology, volume 3, pages 45–58.
- de Vree J.H.P., Brekelmans W.A.M., and van A. (1995) « Comparison of nonlocal approaches in continuum damage mechanics ». *Computers and Structures*, vol. 55, p. 581–588.
- Etse G., Willam K. J. (1994) « Fracture energy formulation for inelastic behaviour of cracking concrete » *ASCE Journal of Engineering Mechanics* vol. 106, p. 1013-1203.
- Jason L., Huerta A., Pijaudier-Cabot G., and Ghavamian S. (2006) « An elastic plastic damage formulation for concrete: Application to elementary tests and comparison with an isotropic damage model » *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, vol. 195(52), p.7077–7092.
- Peerlings R. H. J., de Borst R., Brekelmans W. A. M., de Vree J. H. P. (1996) « Gradient enhanced damage for quasi-brittle materials » *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 39, p. 937–953.
- Pérez-Foguet A., Rodriguez-Ferran A., Huerta A. (2000) « Numerical differentiation for non trivial consistent tangent matrices : an application to the MRS-Lade model » *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 48, p.159-184.
- Pijaudier-Cabot G., and Bazant Z. (1987) « Nonlocal damage theory ». *Journal of Engineering Mechanics*, ASCEE, vol. 113, p. 1512–1533.
- Sfer D., Carol I., Gettu R. ; Etse G. (2002) « Study of the behavior of concrete under triaxial compression » *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 128, p. 156-163