

Grid shell en composites : Vers des couvertures de grandes portées

Cyril Douthe

UMR Navier, ENPC, 6 & 8, Avenue Blaise Pascal, 77455 Champs-sur-Marne

RESUME. En 1975, le grid shell du Bundesgartenschau à Mannheim révélait le potentiel esthétique extraordinaire d'un type nouveau de structures légères aux propriétés mécaniques très intéressantes ; il n'a cependant pas fait école. Cet article montre comment les matériaux composites peuvent constituer une solution originale et rentable pour de telles constructions. Dans la première section, les auteurs rappellent les caractéristiques principales des grid shells. Ils expliquent ensuite pourquoi les polymères renforcés par fibres de verre fournissent une solution très attrayante pour ce genre d'application. La deuxième section est consacrée à la modélisation numérique de la structure. Les principes de base de la méthode de la relaxation dynamique y sont présentés. La troisième et principale section montre les résultats des mesures effectuées sur le prototype construit à l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées et les compare avec les résultats des simulations numériques. Enfin après quelques précisions d'ordre économique, les auteurs concluent sur le potentiel de telles structures pour des constructions de plus grande portée.

MOTS-CLÉS : grid shell, matériaux composites, relaxation dynamique.

ABSTRACT. In 1975, the grid shell of Mannheim's Bundesgartenschau revealed the extraordinary aesthetic potential of a new type of lightweight structures with very interesting mechanical properties; it however did not become widespread. This article shows how composite materials can be an original and profitable solution for such constructions. In the first section, the authors recall the principal characteristics of grid shells. They explain then why glass fibres reinforced polymers provide a very attractive solution for this kind of application. The second section is dedicated to the numerical modelling of the structure. The basic principles of the dynamic relaxation method are presented. The third and principal section shows the results of the measures taken on the prototype built at the Ecole Nationale des Ponts et Chaussées and compares them with the results of the numerical simulations. Finally after some details on economical features, the authors conclude on the potential of such structures for larger span constructions.

KEYWORDS: grid shell, composite materials, dynamic relaxation.

1. INTRODUCTION

Depuis plusieurs années déjà, l'équipe « structures composites » de l'ENPC développe des applications innovantes pour les matériaux composites dans le domaine du génie civil. La particularité des solutions techniques recherchées est que les matériaux composites doivent toujours constituer la structure primaire de l'ouvrage. Deux grandes typologies de construction sont aujourd'hui bien avancées : une passerelle ultra-légère en bow-string entièrement précontrainte - voir à ce sujet la thèse de Jülich (Jülich, 06) - et une couverture au comportement proche de celui d'une coque couramment appelée « grid shell ». C'est ce dernier sujet qui sera développé ici. Quatre grands principes ont guidé la phase de conception :

-  utilisation optimale des propriétés mécaniques des fibres,
-  simplicité des connections entre les différents éléments,
-  optimisation de la forme de la structure vis-à-vis de son chargement et

☞ faible coût de construction via l'utilisation de composants industriels standard.

2. LES GRID SHELLS : UN PROCEDE CONSTRUCTIF ORIGINAL

Sous le nom de grid shell, on entend le plus souvent une structure qui a la forme et la rigidité d'une coque à double courbure mais qui est constituée d'une grille et non d'une surface continue. Ces structures peuvent franchir de grandes portées tout en utilisant peu de matière. Elles peuvent être faites d'acier, d'aluminium, de bois ou même de carton. Généralement, les structures métalliques sont composées d'éléments rectilignes qui définissent des facettes sur la surface de la grille. La complexité de la géométrie obtenue requiert le développement d'un grand nombre de pièces d'assemblages tant complexes que coûteuses. Pour palier ce désavantage, un procédé de construction original a été développé. De longues poutres continues sont assemblées sur le sol et articulées entre elles, ce qui confère à la grille une absence totale de rigidité en cisaillement et qui permet par la suite de grandes déformations. La grille est ensuite déformée élastiquement par flexion jusqu'à ce que la forme désirée soit atteinte. Elle est alors rigidifiée à l'aide d'une troisième direction de barres ou de câbles de contreventement de façon à supprimer le degré de liberté en cisaillement et à rendre toute sa rigidité à la coque. Dans le monde, seulement une dizaine de grid shells ont été construits en utilisant cette méthode, parmi eux le bâtiment du Bundesgartenschau de Mannheim (Otto et al, 74 & Happold et al, 75) et le musée de Downland au Royaume-Uni (Harris et al, 03)

3. LES AVANTAGES DES COMPOSITES

Dans la plus part de ces grid shells, le matériau choisi est le bois en raison de sa faible densité et de sa déformation à rupture élevée (environ 2%) mais pas de sa résistance à rupture (30 MPa au mieux). Les polymères renforcés de fibres de verre (GFRP) ont une résistance à rupture d'environ de 350 MPa et une déformation limite d'environ 1,5 % pour seulement 1900 kg/m³. Ces matériaux ont donc des rigidités beaucoup plus élevées (de 20 GPa à 40 GPa) que le bois (autour 10 GPa). Or, dans les équations classiques de flambement, la charge critique d'une structure dépend linéairement du module d'Young ; pour une géométrie donnée de grid shell, on peut donc s'attendre à ce que la charge de ruine de la structure en composite soit deux à quatre fois plus élevée que celle de la structure en bois.

Par ailleurs, comme les efforts dans les barres sont presque exclusivement des efforts axiaux, des fibres ne sont requises que dans la direction principale de la barre. De tels profilés unidirectionnels peuvent être obtenus à l'aide du procédé industriel de pultrusion, une méthode très économique de production continue. Cela permet également la fabrication de tubes de grande longueur et évite le problème du raboutage des tasseaux de bois. Par ailleurs, avec des diamètres de tubes standard, des pièces d'échafaudage orientables standard déjà disponibles dans l'industrie ont pu être employées pour la réalisation des liaisons entre les tubes et, par là, les coûts matériels réduits. L'ensemble de ces solutions techniques semblent appropriées pour la construction de grid shells et pouvoir contribuer au développement de ce type de structures.

4. SIMULATION AVEC L'ALGORITHME DE RELAXATION DYNAMIQUE

La recherche de formes stables et esthétiques, l'évaluation des contraintes et l'optimisation de leur distribution dans les divers éléments nécessitent de pouvoir modéliser de fortes non linéarités géométriques difficiles à prendre en charge par des méthodes d'éléments finis classiques. Les auteurs

ont donc développé un outil numérique utilisant l'algorithme de relaxation dynamique. Dans cette méthode numérique alternative, l'équilibre statique est considéré comme la position d'équilibre limite d'un processus dynamique amorti. D'abord utilisé pour le calcul des réseaux de câbles et les structures métallo-textiles (Barnes, 75), cette méthode a été étendue aux structures fléchies et aux grid shells (Adriensens et al 99, Douthe et al, 06a). Le programme développé à l'ENPC prend également en compte les excentricités entre les éléments au niveau des liaisons, ce qui permet d'étudier leur influence sur la stabilité générale de la structure (Douthe et al, 06b). L'implémentation a été faite dans le logiciel scientifique libre Scilab™, développé en commun par l'Ecole des Ponts et l'INRIA. La première phase de validation a d'ores et déjà confirmé les bonnes performances de l'algorithme (Douthe et al, 06a).

Dans la version originale de la méthode, l'amortissement des oscillations se faisait à l'aide d'un paramètre d'amortissement visqueux proportionnel à la vitesse et à la masse des nœuds ; pour assurer la convergence du processus, il a été nécessaire d'introduire des contrôles et des ajustements sur les différents paramètres dont une méthode d'optimisation a été proposée dans (Papadrakakis, 81). Cette méthode reste d'une mise en œuvre relativement délicate, si bien qu'une procédure alternative d'amortissement cinétique, introduite pour la première fois dans (Cundall, 73), lui est le plus souvent préférée, notamment ici. Il s'agit d'un amortissement artificiel dont le principe repose sur l'échange au cours du mouvement, pour un système conservatif, entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle élastique dont on cherche le minimum. Dans cette procédure, les oscillations de la structure sont libres jusqu'à ce que l'on atteigne un maximum d'énergie cinétique. La structure est alors arrêtée : toutes les vitesses sont remises artificiellement à zéro. Ensuite, la structure est de nouveau libre d'osciller jusqu'au prochain maximum d'énergie cinétique où, comme précédemment, les vitesses sont remises à zéros. Et ainsi de suite jusqu'à ce que l'énergie cinétique de tous les modes de vibrations ait été dissipée et donc que l'équilibre soit atteint. Une synthèse sur les principes de la méthode, ses fondements mathématiques et un certain nombre d'applications peut être trouvée dans (Underwood, 83).

5. UN PROTOTYPE A L'ENPC

5.1. TESTS PRELIMINAIRES

Pour démontrer la faisabilité d'un grid shell en composite, il a été décidé de construire un prototype sur le terrain de l'école des ponts qui a financé le projet. Les dimensions de ce prototype devaient être celles d'une habitation courante et être facilement démontable et transportable. La longueur des éléments a donc été choisie en fonction de celle du gabarit routier (13,4 m) et leur section déterminée de sorte qu'une fois mis en flexion, la contrainte dans ces éléments n'excède pas 150 MPa. Enfin pour faciliter l'assemblage des différentes barres entre elles, leur section devait être axisymétrique ; on a donc opté pour des tubes pultrudés faits de résine polyester renforcée de fibres de verre d'un diamètre de 42 mm et d'une épaisseur de 3,5 mm. Ce diamètre correspond à des pièces d'échafaudage standard qui induisent une excentricité totale de 6,7 cm entre les axes des tubes. Quelques tests préliminaires sur de simples barres (Fig. 1) ont été effectués pour identifier les caractéristiques mécaniques du matériau (25 GPa de module d'Young, 350 MPa de résistance à rupture en flexion) et vérifier que le comportement d'un tube, que l'on soumet à un chargement induisant de grandes rotations, reste bien linéaire élastique jusqu'à la rupture. Ceci est très clair sur la courbe charge-décharge de la figure 2. Les hypothèses émises pour la simulation numérique sont donc tout à fait légitimes.



Fig. 1 : Test préliminaires des tubes

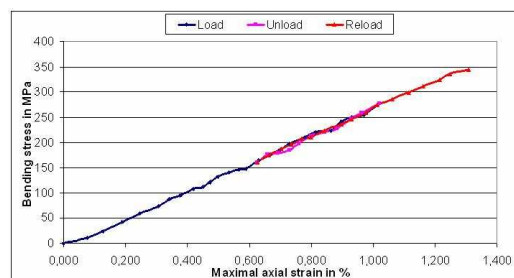


Fig. 2 : Comportement en grandes rotations

5.2. CONSTRUCTION DU PROTOTYPE

Le grid shell expérimental a été construit à partir d'une grille de départ au périmètre elliptique. La forme théorique de la structure est obtenue en simulant la déformation de cette grille sous un chargement uniforme dirigé vers le haut en laissant glisser les extrémités des barres librement sur le plan du sol. Les positions des extrémités des barres dans la géométrie finale théorique sont ensuite listées et reportées sur le sol avec précision par les ingénieurs de l'Ecole Nationale des Sciences Géographiques (ENSG). La grille réelle est alors assemblée, puis déformée jusqu'à ce que les extrémités des barres atteignent leurs positions cibles. Cette phase de montage ne requiert que 8 heures de travail pour 4 hommes sans moyen de levage particulier (Fig. 3). La structure finale mesure 3,7 m de haut, 22 m de long et 8 m de large. Le surface couverte est d'approximativement de 150 m². Le grid shell est ensuite contreventé avec une troisième direction des barres. Cette étape de rigidification est essentielle : une augmentation de 60 % de la masse de la structure due à ces contreventements entraîne une multiplication par dix voir par vingt de la charge maximale que la structure peut reprendre (voir la section suivante). Enfin, une ouverture a été pratiquée à l'une des extrémités en sectionnant un certain nombre de barres. La forme n'a pas subi de changement visible à l'œil nu, cependant le comportement de la structure est devenu nettement plus souple. Comme dans la plupart des structures de coques, le renforcement local des bords du percement a permis de retrouver une rigidité proche de la rigidité initiale.



Fig. 3 : Phase de montage avec des étais



Fig. 4 : Forme finale de la structure et chargement

5.3. MESURES DE LA GEOMETRIE ET COMPARAISON AVEC LE MODELE NUMERIQUE

Pour mesurer la géométrie de la forme finale, une vingtaine de repères ont été répartis et collés sur la structure. Leurs positions sont relevées avec des tachéomètres et comparées aux résultats de la simulation numérique (Tab. 1). On constate que pour chaque coordonnée le décalage moyen est de l'ordre de grandeur du diamètre des tubes. Compte tenu de la précision de la mesure (± 3 mm sur chaque coordonnée, soit ± 4 mm sur la distance), de la précision du montage (± 10 mm sur le

positionnement des assemblages ou des cibles) et du fait que les repères sont collés sur la surface des tubes et non sur leurs axes (± 21 mm dans une direction inconnue), les résultats de l'expérience peuvent être considérés comme très honorables et l'algorithme de relaxation dynamique comme d'une grande précision pour la recherche de forme des grid shells.

(en cm)	Δx	Δy	Δz	Δ_{tot}
max	6.7	6.4	11.0	11.3
min	0.1	0.1	0.9	1.8
moyenne	1.6	1.8	4.3	5.3
écart type	1.3	1.6	2.3	2.2

Tableau 1 : Comparaison entre les géométries du prototype et du modèle

6. RESULTATS DES TESTS DE CHARGEMENT

6.1. ANALYSE DES RESULTATS EXPERIMENTAUX

Des essais sous chargements symétrique et antisymétrique ont été effectués avant et après rigidification (Fig. 4 et Tab. 2). Dans chacun des cas, les positions des vingt cibles précédemment mentionnées sont mesurées alors que la structure est chargée. Les déplacements correspondants sont alors déduits par différences avec les points d'origine. Une erreur dans la stratégie de positionnement des cibles a fait que les cibles mises en place pendant les tests sur la structure non rigidifiée n'ont pu être réutilisées pour les tests après rigidification. Pour ces derniers tests, d'autres cibles ont dû être disposées sur la structure. Il est donc difficile d'être précis sur l'évaluation du phénomène de rigidification de la structure par l'ajout de la troisième direction de barre. Néanmoins, si l'on considère le déplacement vertical moyen des deux points situés dans la partie centrale de la structure avant rigidification, on trouve un déplacement de 9,6 cm sous chargement symétrique et de 24,9 cm sous chargement dissymétrique. De la même façon, le déplacement vertical moyen des quatre points centraux après rigidification donne 0,5 cm sous chargement symétrique et 1,35 cm sous chargement dissymétrique. En faisant le rapport de ces déplacements, on estime donc que la rigidité de la structure a été multipliée par 18.

	Charges symétriques		Charges dissymétriques	
Déplacements en cm	Central vertical	Maximum	Central vertical	Maximum
Avant rigidification	9,6	17,5	24,9	48,4
Après rigidification	0,5	2,3	1,3	3,6

Tableau 2 : Principaux déplacements de la structure chargée

On peut par ailleurs remarquer que le cas de charge symétrique n'est pas très éloigné du chargement funiculaire de la coque (un chargement de type « poids propre »). Il est donc repris essentiellement sous forme d'effort normal dans les tubes et ne nécessite que peu de déformation de la

structure (17,5 cm de déplacement maximum). Le cas dissymétrique au contraire développe essentiellement des efforts de flexion dont la reprise requiert une grande de déformation (48 cm de déplacement maximum). Avant la mise en place de la troisième direction de barres, la structure n'a donc que très peu de raideur en flexion et se comporte comme des arcs accolés entre eux. Après contreventement, les déplacements maximums observés sont de 2,3 cm sous chargement symétrique et 3,6 cm sous chargement dissymétrique. Le comportement de la structure est désormais beaucoup plus proche de celui d'une coque.

6.2. COMPARAISON AVEC LES RESULTATS NUMERIQUES

Numériquement, l'analyse non linéaire de la structure est exécutée avec l'algorithme de relaxation dynamique. Les déplacements des vingt points caractéristiques sont ainsi calculés pour la structure avant et après rigidification sous chargements symétrique et dissymétrique. Pour la structure non rigidifiée, le rapport entre le déplacement prévu par le modèle et le déplacement réel est évalué pour chacun des points, ainsi que l'angle formé par les directions des deux déplacements entre eux.. Le tableau 3 présente la moyenne et l'écart type de ces résultats. On constate tout d'abord que les écarts importants sur les déplacements selon x et selon y n'entraînent que peu de conséquences sur l'amplitude et la direction du déplacement total ce qui s'explique par le fait que les déplacements principaux se font selon la direction z. On constate ensuite que les déplacements totaux de la structure non rigidifiée sont en moyenne correctement approchés sous chargement symétrique et sous-estimés de 15 % sous chargement dissymétrique avec une dispersion assez importante des résultats (voir les écarts types). Enfin, on peut remarquer que les directions des déplacements sont correctement prévues par le programme puisque les angles moyens entre les deux directions sont de 7° et 9°. Pour la structure non rigidifiée, les déplacements mesurés sont dans le bruit de la mesure, la comparaison avec le modèle numérique n'a rien donné de précis, si ce n'est que les déplacements prévus sont du même ordre de grandeur que les déplacements réels.

		$U_x^{num}/U_x^{réel}$	$U_y^{num}/U_y^{réel}$	$U_z^{num}/U_z^{réel}$	$U_{tot}^{num}/U_{tot}^{réel}$	Angle
Chargement dissymétrique	moyenne	0.96	0.95	0.84	0.84	7°
	écart type	0.33	0.43	0.20	0.18	4°
Chargement symétrique	moyenne	1.24	1.31	0.99	1.00	9°
	écart type	0.54	0.43	0.28	0.11	4°

Tableau 3 : Rapports entre les déplacements réels des cibles et ceux du modèle

Numériquement aussi, il a été difficile de quantifier l'effet de la troisième direction de barres car la comparaison point par point des déplacements n'a pas beaucoup de sens : les directions des déplacements sont très différentes avant et après rigidification parce que les deux structures ont des comportements globaux assez éloignés. Les informations qui paraissent les plus pertinentes à comparer sont donc les énergies de déformations élastiques que l'on peut calculer à partir du travail des efforts extérieurs. Sous chargement dissymétrique, on trouve ainsi un rapport de 22,7 entre l'énergie de déformation de la structure non rigidifiée et celle de la structure rigidifiée. Sous chargement symétrique, on trouve un rapport de 8,7. Ceci montre d'une part que la troisième direction de barres apporte un gain de rigidité non négligeable et d'autre part qu'elle améliore tout

particulièrement le comportement sous chargement dissymétrique qui est souvent le chargement le plus défavorable pour les structures de coques.

Concernant le taux de contrainte dans les tubes, aucun appareil de mesure n'a été posé sur la structure réelle, les valeurs données ici sont celles de la simulation numérique. Compte tenu de la dualité qui existe entre force et forme, si le programme prévoit correctement la géométrie (ce qui vient d'être vu), il prévoira correctement les contraintes. Dans la structure au repos, la contrainte maximale est de 128 MPa ce qui correspond à 40 % de la contrainte à rupture du composite. Sous chargement symétrique et dissymétrique, la contrainte monte respectivement à 145 MPa et à 165 MPa avant rigidification et à 134 MPa et à 132 MPa après. On n'observe une augmentation significative (supérieure à 10 %) de la contrainte que sous chargement dissymétrique avant rigidification. Celle-ci est due essentiellement à l'augmentation des moments dans les barres (484 N.m sous poids propre, 533 N.m et 618 N.m sous chargement symétrique et dissymétrique). Ceci prouve bien qu'avant rigidification, la structure se comporte comme une succession d'arcs et ne peut reprendre les charges dissymétriques que par flexion des arcs alors qu'après rigidification, la structure se comporte comme une coque avec un fonctionnement essentiellement membranaire.

7. CONCLUSION ET PERSPECTIVES

Le prototype construit à l'école des ponts démontre la faisabilité d'un grid shell en matériaux composites et la pertinence de l'algorithme de relaxation dynamique pour la recherche de forme et l'analyse de la structure. Des essais sont actuellement en cours pour comprendre le comportement à long terme des composites fléchis. Le système de couverture est lui aussi à l'étude, mais d'ores et déjà trois solutions semblent envisageables. La première, traditionnelle faite de voliges recouvertes d'ardoises ou de bardeau bitumineux est celle qui a été utilisée pour le musée de Downland. La deuxième pourrait être composée d'une toile ou d'un tissu technique comme à Mannheim. La troisième consisterait à recouvrir le grid shell de métal déployé afin de venir y projeter du béton. Le grid shell pouvant éventuellement être démonté après la prise, on disposerait ainsi d'une technique originale pour le coffrage de formes libres en béton.

Enfin, d'un point de vue économique, en comptant le prix des matériaux et le prix de la main d'œuvre nécessaire au montage, la structure du prototype revient à 50,1 €/m² pour un poids de seulement 6,5 kg/m². Si l'on considère par ailleurs que le prix de l'acier, avec une finition industrielle standard, est de 4 €/kg, la charpente métallique d'un hangar de même superficie et de même hauteur revient à 52,9 €/m² pour un poids de 13,2 kg/m². Pour un prix équivalent, la structure métallique est donc deux fois plus lourde que la structure en composite. Ainsi il apparaît que les grid shells fournissent une solution légère, performante, esthétique et économique pour la construction d'abris provisoires et permanents. Un projet de couverture de station d'épuration est d'ailleurs actuellement à l'étude...

8. BIBLIOGRAPHIE

Adriaenssens, S., Barnes, M. R., Williams, C., (1999) A new analytical and numerical basis for the form-finding and analysis of spline and grid-shell structure, in *B. Kumar and B. Topping ed., Comp. Dev. in civ. and Str. Eng. Edinburgh, Civil Comp. Press, p. 83-90.*

- Barnes, M.R., (1975), Applications of dynamic relaxation to the design and analysis of cable, membrane, and pneumatic structures, *2nd Int. Conf. on Space Str., Guilford*, p. 211-219
- Douthe, C., Baverel, O., Caron, J.-F., (2006a) Form-finding of a grid shell in composite materials, *Journal of the I.A.S.S.*, v 47 n 150 p. 53-62.
- Douthe, C., Baverel, O., Caron, J.-F., (2006b), Composite Grid shells: simulation and first prototypes, *Proc. of Int. Conf. on Adaptable Building Structures Eindhoven*, v 2 p. 203-207.
- Happold, E., Lidell, W.I., (1975) Timber lattice roof for the Mannheim Bundesgartenschau, *The structural engineer*, v 53 n 3 mars, p.99-135.
- Harris, R., Rohmer J., Kelly, O., Johnson, S. (2003) *Design and construction of the Downland Gridshell*, Building Research & Information, 31(6), nov.-dec., P 427-454
- Jülich, S. (2006) Contrôle de forme de passerelle composite, *Thèse de doctorat*, ENPC, 118 pages
- Otto, F., Hennicke, J., Matsushita, K., (1974), Gitterschalen Grid shells, *Institut für Leichte Flächentragwerke*, IL 10, 340 pages.
- Papadrakakis M., (1981) A method for the automatic evaluation of the dynamic relaxation parameters, *Computer methods in applied mechanics and engineering*, v 25 p. 35-48
- Underwood P., (1983) Dynamic Relaxation, in *Computational method for transient analysis*, eds Belytschko T. and Hughes T.J.R., Elsevier Science publishers B. V. 245-265.