

Etude de l'influence de la géométrie et de la déformée d'une grille de tenségrité sur l'identification de son état d'autocontrainte

Nicolas Angellier

LMGC UMR 5508 – Université Montpellier 2 – CC048 Place Eugène Bataillon
34095 Montpellier Cedex 5

RESUME. Je présente des travaux relatifs à l'utilisation d'un tachéomètre pour l'étude de l'influence de la géométrie réelle d'une grille de tenségrité sur l'identification de son état d'autocontrainte. J'explore aussi la possibilité d'une nouvelle méthode d'identification par l'exploitation de la mesure des champs de déplacement des nœuds de la grille sous chargement statique afin de s'affranchir de la mesure des efforts dans ses éléments.

MOTS-CLÉS : tenségrité, tachéomètre, autocontrainte .

ABSTRACT. We use a tacheometer to study the real geometry of a tensegrity minigrid and its effect on the identification of its self-stress state. We also study the possibility to use the measurement of the displacement fields of the nodes of the structure under static loading to obtain a new method for this identification.

KEYWORDS : tensegrity, tachometer, self-stress.

1. INTRODUCTION

Depuis quelques années, l'équipe Conception en Structures du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier poursuit des études expérimentales sur les structures de tenségrité. A la suite du projet « Tensarch® » (Motro, 2002) sur la faisabilité de la conception et la réalisation d'une grille plane de tenségrité de dimensions importantes, elle dispose de structures grandeurs qui lui permettent de mettre en application, développer et confronter les résultats théoriques et numériques mis en œuvre jusqu'à présent. Par exemple, des méthodes originales ont été mises au point pour le contrôle de l'autocontrainte (identification de l'état interne, détermination par calcul numérique d'une variation des longueurs des éléments à corriger pour atteindre un état cible) et le contrôle actif du comportement (maintien d'une géométrie, atténuation des vibrations) (Averseng et al., 2004). Dernièrement, la mise en place de moyens de mesure directe des efforts dans les éléments a permis d'affiner le contrôle de l'autocontrainte en montrant que les mesures indirectes utilisées auparavant présentaient certaines faiblesses (Angellier et al., 2006). Pour poursuivre l'étude de ces grilles, l'équipe s'est doté d'un nouvel outil performant dédié : un tachéomètre qui mesure la position et les déplacements de tous les nœuds de la structure. Cela permet d'explorer de nouvelles voies :

- l'influence de la géométrie réelle sur l'état d'autocontrainte.
- les champs de déplacements induits sur les nœuds par un chargement statique.

2. IDENTIFICATION DE L'ETAT INTERNE ET GEOMETRIE REELLE

2.1. ETAT D'AUTOCONTRAINT DE LA MINIGRILLE

L'objet d'étude est notre minigrille (3,2m*3,2m*0,8m) : il s'agit d'une grille plane à double nappe de câbles (au nombre de 36 de section $S_c = 5.03 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$ et de module d'Young $E_c = 1.6 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$). Le motif de base est celui de l'écarteur : deux à deux les barres (24 tubes creux, $S_b = 3.30 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, $E_b = 2.0 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$) forment des V perpendiculaires opposés séparés par un tirant vertical (9 tirants, $S_{tv} = 7.85 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, $E_{tv} = 1.7 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$). Enfin, 12 tirants périphériques (4 de coin, 8 de côté, $S_p = 5.03 \cdot 10^{-5} \text{ m}^2$, $E_{tp} = 2.0 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$) « ceinturent » la structure (figure 1). Il faut noter que les tirants sont les 21 éléments « actifs » de la grille grâce à un double pas de vis qui permet de faire varier leur longueur et donc les efforts. Ils modifient alors les efforts dans les éléments inactifs (barres et câbles) (Averseng, 2001). Cette grille a été conçue de manière à répondre à la définition de structure de tenségrité : « système dans un état d'auto équilibre stable (ici autocontrainte), qui comprend un ensemble discontinu de composants comprimés (les barres) à l'intérieur d'un continuum de composants tendus (les câbles et les tirants)» (Motro, 2003).



Figure 1 : Principe de conception, la minigrille, sa modélisation.

Le logiciel tenségrité 2000 (Quirant, 2000) nous permet de déterminer que la minigrille peut ne posséder que 2 états d'autocontrainte de base : un local EA1 et un global EA2. Par combinaison linéaire $a \cdot \text{EA1} + b \cdot \text{EA2}$, on est en mesure de construire un état d'autocontrainte qui assure la stabilité de la structure et les états limites de service que l'on s'impose (figure 2). Pour ce faire, deux facteurs rentrent en jeu :

- les conditions d'appuis : ici 3 appuis complètement bloqués et répartis non symétriquement,
- les données géométriques : position des nœuds et connectivité des éléments.

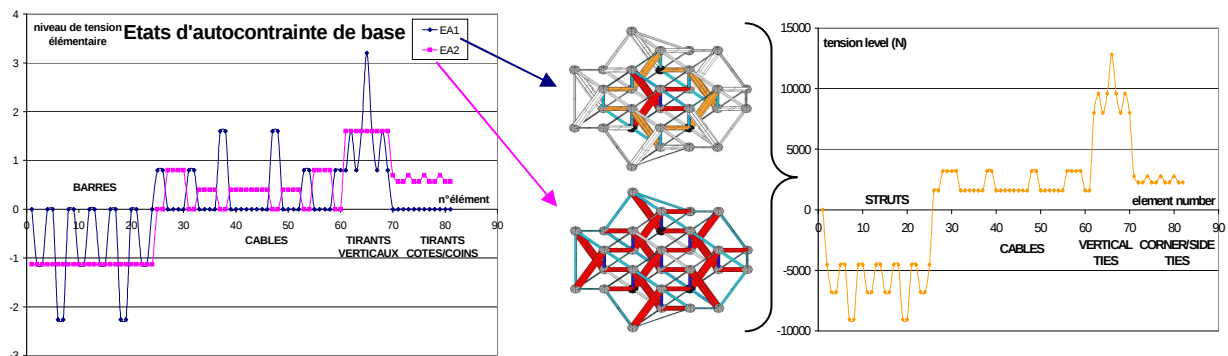


Figure 2 : Les états d'autocontrainte de base de la minigrille et leur combinaison.

Jusqu'à présent, seule la géométrie théorique parfaite a été utilisée pour la détermination des deux états d'autocontraintes de bases. Dans le cadre de la grille réelle deux points peuvent venir contraindre cette restriction:

- les défauts de fabrication et d'assemblage qui apportent sans doute des écarts au niveau des longueurs escomptées des éléments. Une erreur de 0,1mm sur un tirant engendre un effort de 1700N.
- l'effet non négligeable du poids propre sur la géométrie initiale de la minigrille qui là aussi va influencer sur les longueurs réelles des éléments.

Pour identifier l'état interne de la grille nous utilisons la méthode mise au point par Averseng qui consiste en la mesure des efforts d'un nombre limité d'éléments. Les barres et tirants avec des montages de jauges dédiés, les câbles avec le tensiomètre trois points développé pour l'occasion. Nous calons un état généré par la base d'autocontrainte, formée par les états de base déterminés précédemment sur le résultat de ces mesures. Pour cela, nous utilisons la méthode de l'inverse généralisée ou pseudo inverse pour minimiser la différence entre l'état généré et l'état mesuré (Averseng, 2004). Nous voyons donc la nécessité d'étudier l'influence d'une géométrie réelle sur la détermination de ces états pour re-tester la validité de la méthode et voir si le comportement mécanique de la minigrille en est affecté. Des simulations menées avec le décalage systématique des positions des nœuds périphériques de 1 cm vers le haut ou le bas semblent montrer une certaine robustesse des états de base à quelques pourcents près. La répartition sûrement plus erratique des décalages d'une géométrie réelle sera beaucoup plus complexe à traiter.

2.2. MESURE DE LA GEOMETRIE REELLE A L'AIDE DU TACHEMOETRE

L'acquisition par l'équipe d'un tachéomètre LEICA TDA5005 associé à des réflecteurs coin cube creux CCR 1,5 (cibles) qui offre une précision de 0,2mm est une avancée considérable aux vues des moyens disponibles jusqu'alors pour la mesure des positions des nœuds qui se limitaient à un nombre restreint de capteurs laser de déplacements qui interdisaient la mesure de la géométrie réelle de la minigrille c'est-à-dire la position précise de ses 30 nœuds. Certains aménagements ont dû être apportés sur ces derniers pour pouvoir fixer et centrer la cible du tachéomètre. Des supports spécifiques ont été usinés et pour les nœuds inférieurs un dispositif plus complexe a été mis en place. Il permet d'assurer un bon centrage et de limiter les problèmes d'encombrement de la visée par les nombreux éléments de la structure (figure 3).

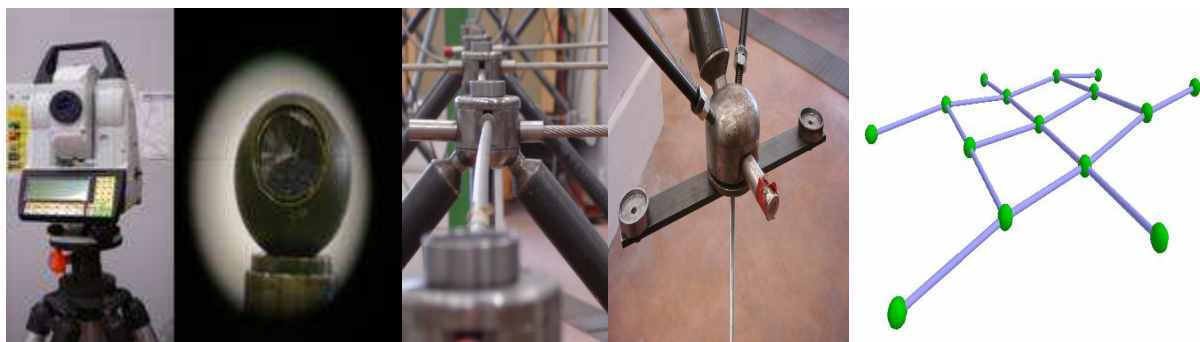


Figure 3 : Le tachéomètre, un réflecteur, ses logements, non planéité de la nappe supérieure.

Ainsi, avant chaque identification, nous pouvons comparer les mesures effectuées aux positions de la géométrie parfaite. Nous constatons l'effet des défauts de fabrication, d'assemblage ainsi que du poids propre par des décalages atteignant jusqu'à deux centimètres par rapport aux 30 positions théoriques. Ces décalages apparaissent distribués de façon tout à fait aléatoire. Cela se répercute sur la longueur des éléments par des différences qui atteignent le centimètre (figure 4). C'est cette donnée des longueurs qui détermine le point de départ pour l'établissement des états de base.

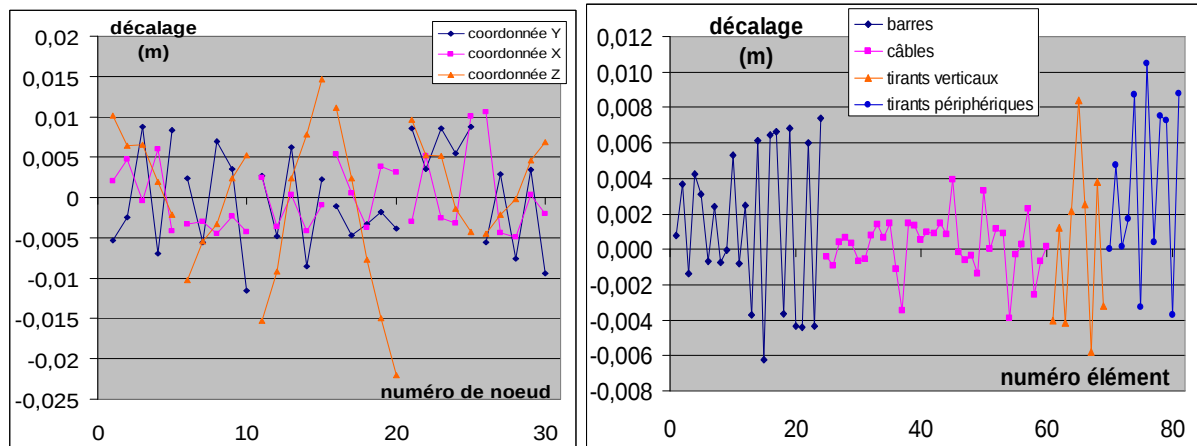
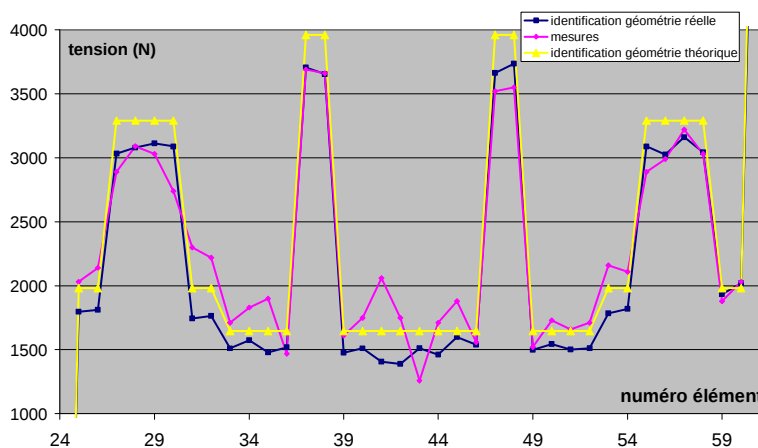


Figure 4 : Décalages de la géométrie réelle : positions des nœuds, longueurs des éléments.

Le logiciel tenségrité 2000 parvient à retrouver deux états de base EA1' et EA2'. Ces deux vecteurs diffèrent de ceux établis pour la géométrie parfaite. La combinaison linéaire avec des coefficients de pondération a' et b' permet d'atteindre un état d'autocontrainte semblable. Ce nouvel état très voisin du théorique rend mieux compte des irrégularités des efforts dans les éléments, notamment dans les câbles. En effet, ils sont supposés souvent égaux dans le cas théorique du fait des symétries de la structure (figure 5). Ces très faibles écarts ne disqualifient pas l'utilisation de la géométrie parfaite pour l'identification.



Coefficients identifiés avec la géométrie théorique :

$$a = 2476, b = 4115 (a/b = 0,60)$$

Coefficients identifiés avec la géométrie réelle :

$$a' = 1141, b' = 2433 (a'/b' = 0,47)$$

Figure 5 : Comparaison des états identifiés selon la géométrie et l'état mesuré.

Cependant, on peut aussi estimer que dans le cadre de grandes structures, l'effet du poids propre augmentera le décalage entre la géométrie théorique et la géométrie réelle qui rendra le mieux compte du comportement mécanique réel.

3. CHAMP DE DEPLACEMENT DES NŒUDS DE LA STRUCTURE CHARGÉE

3.1. MESURE DE LA DÉFORMÉE DE LA MINIGRILLE SOUS CHARGEMENT

Pour les mesures de déformation de la grille sous chargement, le nombre limité de capteurs de déplacements laser obligeait de choisir un nombre tout autant limité de nœuds. Le tachéomètre offre la possibilité de cartographier la déformation de la structure entière, par nappe complète.

Les premières identifications de l'autocontrainte réalisées avec géométrie parfaite ont permis de confronter le champ de déplacements des nœuds de la nappe supérieure mesuré à celui donné par une simulation avec le logiciel éléments finis cast3m (Verpeaux et al., 1988). La rigidité de la grille étant élevée dès la mise en autocontrainte nous devons appliquer des efforts suffisamment importants pour obtenir une déformée mesurable. L'application successive de poids aux six nœuds périphériques de la nappe inférieure permet d'atteindre un chargement total de presque 200kg. Nous observons expérimentalement une évolution linéaire des déplacements en fonction du poids appliqué. La modélisation éléments finis utilisée par Tenségrité 2000 de type BARRE pour les barres et les tirants donne un comportement non linéaire ne rendant pas compte de la réalité mesurée. Pour corriger ce défaut, j'ai utilisé des éléments de type POUTRE pour les barres et les tirants (figure 6). On retrouve alors l'évolution linéaire du déplacement en fonction du chargement. Ce résultat confirme l'étude menée sur le comportement vibratoire des éléments. En effet, la relation force fréquence mesurée sur les tirants relève d'un comportement poutre de ces éléments (Angellier et al., 2006).

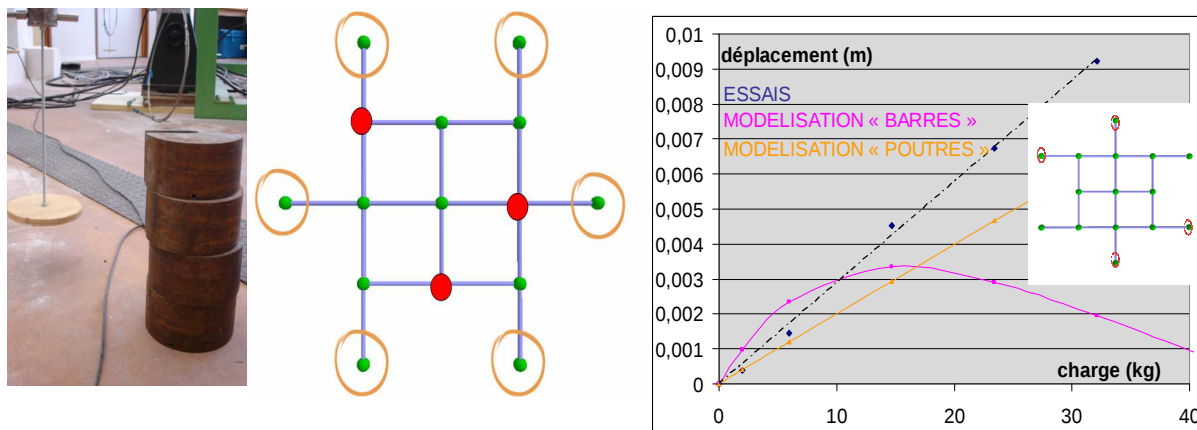


Figure 6 : Poids et leurs emplacements, comparaison entre les deux modélisations et la mesure.

Pour un chargement donné, on compare les résultats obtenus pour les simulations avec la géométrie théorique et la géométrie réelle sur les 15 nœuds de la nappe supérieure. Le peu de différence au niveau de l'état identifié pour les deux types de géométrie se répercute sur les champs de déplacements (inférieure à 1% en moyenne). Ceux obtenus par la géométrie réelle ne permettent pas de gagner en précision, laquelle est tout de même assez acceptable (tableau 1).

nœud	mesuré (m)	simulé (m)	Nœud	mesuré (m)	simulé (m)
1	$-4,47 \cdot 10^{-3}$	$-3,96 \cdot 10^{-3}$	9	$-4,00 \cdot 10^{-4}$	$-1,97 \cdot 10^{-4}$
2	$2,61 \cdot 10^{-3}$	$2,20 \cdot 10^{-3}$	10	$-1,10 \cdot 10^{-2}$	$-9,88 \cdot 10^{-3}$
3	$-3,00 \cdot 10^{-4}$	$-2,07 \cdot 10^{-4}$	11	$-5,65 \cdot 10^{-3}$	$-5,10 \cdot 10^{-3}$
4	$-2,98 \cdot 10^{-3}$	$-2,60 \cdot 10^{-3}$	12	$-2,60 \cdot 10^{-4}$	$-2,60 \cdot 10^{-4}$
5	$-5,76 \cdot 10^{-3}$	$-5,02 \cdot 10^{-3}$	13	$4,78 \cdot 10^{-3}$	$4,49 \cdot 10^{-3}$
6	$-8,44 \cdot 10^{-3}$	$-7,43 \cdot 10^{-3}$	14	$9,94 \cdot 10^{-3}$	$9,19 \cdot 10^{-3}$
7	$-2,96 \cdot 10^{-3}$	$-2,63 \cdot 10^{-3}$	15	$9,60 \cdot 10^{-4}$	$8,95 \cdot 10^{-4}$
8	$-1,62 \cdot 10^{-3}$	$-1,39 \cdot 10^{-3}$		écart moyen	11%

Tableau 1 : Comparaison des déplacements mesurés et simulés.

3.2. IDENTIFICATION DE L'ETAT INTERNE PAR LA MESURE DE DEFORMEE

Pour aller plus loin dans l'utilisation de ces mesures nous cherchons à identifier directement l'état d'efforts internes de la structure de tenségrité à partir de la mesure du champ de déplacement de ses nœuds sous chargement. En effet, une étude numérique a montré que pour deux niveaux d'autocontrainte ayant un rapport 10, la différence entre les déplacements des nœuds pour un chargement donné allait de 0,7 à 7mm en dehors des appuis. On peut estimer que la précision du tachéomètre permet de discriminer des états aussi éloignés. Toutefois, l'écart observé entre l'état d'autocontrainte identifié grâce au champ de déplacement mesuré accuse une différence de 35 % avec l'état identifié par la mesure des efforts dans les éléments (tableau 2). Il faudra s'efforcer de réduire cet écart pour valider cette méthode d'identification.

nœud	a=500, b=2*a (m)	a=5000, b=2*a (m)	nœud	a=500, b=2*a (m)	a=5000, b=2*a (m)	Coefficients identifiés avec les efforts :
1	$-4,88 \cdot 10^{-3}$	$-2,57 \cdot 10^{-3}$	9	$-2,09 \cdot 10^{-5}$	$-1,44 \cdot 10^{-5}$	a = 950, b = 1775
2	$3,15 \cdot 10^{-3}$	$1,61 \cdot 10^{-3}$	10	$-1,35 \cdot 10^{-2}$	$-6,67 \cdot 10^{-3}$	
3	$-2,78 \cdot 10^{-5}$	$-2,43 \cdot 10^{-5}$	11	$-6,77 \cdot 10^{-3}$	$-3,37 \cdot 10^{-3}$	
4	$-3,21 \cdot 10^{-3}$	$-1,66 \cdot 10^{-3}$	12	$-4,58 \cdot 10^{-5}$	$-3,94 \cdot 10^{-5}$	Coefficients identifiés avec le champ de déplacements :
5	$-6,38 \cdot 10^{-3}$	$-3,30 \cdot 10^{-3}$	13	$6,19 \cdot 10^{-3}$	$3,17 \cdot 10^{-3}$	
6	$-9,56 \cdot 10^{-3}$	$-4,98 \cdot 10^{-3}$	14	$1,24 \cdot 10^{-2}$	$6,36 \cdot 10^{-3}$	
7	$-3,38 \cdot 10^{-3}$	$-1,70 \cdot 10^{-3}$	15	$1,53 \cdot 10^{-3}$	$7,75 \cdot 10^{-4}$	a = 610, b = 1145
8	$-1,63 \cdot 10^{-3}$	$-8,33 \cdot 10^{-4}$		Ecart moyen	$3 \cdot 10^{-3}$	

Tableau 2 : simulation de la déformée en fonction du niveau d'autocontrainte – comparaison d'états identifiés selon la méthode utilisée.

4. CONCLUSION

J'ai présenté les travaux expérimentaux en cours au sein de l'équipe Conception en Structures du Laboratoire de Mécanique et Génie Civil de Montpellier sur le comportement mécanique des grilles de tenségrité.

Les résultats obtenus sur la minigrille, ont permis de démontrer que l'utilisation de la géométrie réelle n'apporte pas un plus convaincant pour l'identification de l'état d'autocontrainte. Et ce, malgré les inévitables défauts de fabrication et d'assemblage qui conduisent à des longueurs dans les éléments assez inhomogènes. Cette possibilité de mesure apparaît précieuse quand on ne dispose pas de la

géométrie théorique. Elle le deviendra sans doute aussi dans le cas de structures de grandes dimensions dont la géométrie est très influencée par le poids propre.

Pour la mesure des champs de déplacement des nœuds sous chargement statique, nous avons pu améliorer la modélisation numérique pour obtenir une meilleure précision dans la prédiction du champ de déplacement. Ces résultats sont suffisamment prometteurs pour espérer utiliser directement ces mesures de champ pour identifier l'autocontrainte des grilles de tensegrité en s'affranchissant des mesures lourdes des efforts dans les différents éléments.

Dès lors, le tachéomètre, sera en mesure, de déterminer les états de base à combiner pour obtenir son état et niveau d'autocontrainte. Elle permettra donc aussi de contrôler le niveau au cours du temps voire de diagnostiquer d'éventuelles ruines. Par exemple la rupture d'un câble a une influence sur l'ensemble de la structure que ce soit sa géométrie ou son autocontrainte du fait de la continuité des éléments tendus. A terme, nous voulons utiliser les sollicitations naturelles (vent, température...) comme chargement. Il faut donc vérifier la pertinence de notre démarche pour des chargements dynamiques lents.

5. BIBLIOGRAPHIE

Motro R. (2002) *Tensarch Project*. First International Conference on Space Structures. In : Telford T, editor. Guilford, UK : G.A.R. Park and P. Disney; p. 57-66.

Averseng J., Crosnier B. (2004) *Prestressing tensegrity systems - Application to multiple selfstress state structures*, International Journal of Structural Stability and Dynamics, vol. 4 (4), p. 543-557

Averseng J., Crosnier B. (2004) *Static and dynamic robust control of tensegrity systems*, Journal of the International Association for Shell and Spatial Structures, vol. 45 (3), p. 169-174

Angellier N., Dubé J.F., Crosnier B. (2006) *Comparison between experimental tests and numerical calculations carried out on a tensegrity mini grid*, International Symposium "New olympics new shell and spatial structures, Beijing, China, 16-19.10.06 IASS ed(s), p. CDrom 10p. texte complet, p. 214-215 résumé.

Averseng J. (2001) *Méthodologie de la mise en auto-contrainte des systèmes de tensegrité*, DEA, dir. B. Crosnier, M.N. Kazi Aoual, LMGC, Université Montpellier II, 05.07.01, 46p.

Motro R. (2003) *Tensegrity*, Hermès Pinton Sciences, p. 250 p.

Quirant J. (2000) *Systèmes de tensegrité et autocontrainte : qualification, sensibilité et incidence sur le comportement*. Thèse, Laboratoire de Mécanique et Génie Civil.

Verpeaux P., Charras T., Millard A. (1988) *Castem2000, une approche moderne du calcul des structures*. In J.M Fouet, P. Ladevèze, and R. Ohayon, editors, *Calcul des structures et intelligence artificielle*.