

Modélisation des déformations permanentes des graves non traitées de chaussées à faible trafic

Fatima Allou

Laboratoire de Mécanique et Modélisation des Matériaux et Structures du Génie Civil.
Université de Limoges, IUT d'Egletons, boulevard Jacques Derche, 19300 Egletons,
France.

RESUME. L'orniérage, dû aux déformations permanentes des matériaux non traités (assise en grave non traitée) est l'un des principaux modes de dégradations des chaussées souples. Les méthodes de dimensionnement actuelles utilisent des lois d'élasticité linéaire pour les couches constituant la chaussée. Une méthode d'analyse limite pour la prédiction des déformations permanentes des graves non traitées soumises à un chargement cyclique a été développée et présentée dans le cadre de ce travail. Cette méthode, basée sur le concept de l'état limite (shakedown theory), est développée par Zarka et al. (1979) pour les structures métalliques soumises à un chargement cyclique. L'état de contraintes initiales, la teneur en eau et l'anisotropie initiale des graves non traitées sont prises en compte dans la méthode proposée. Une procédure, basée sur les résultats d'essais triaxiaux à chargements répétés, a été développée pour la détermination des paramètres du modèle proposé. Les résultats de modélisation éléments finis du comportement à long terme d'une structure de chaussée obtenus avec le modèle sont présentés et comparés aux résultats issus de l'expérience du manège de fatigue du LCPC.

MOTS-CLÉS : Chaussée à faible trafic, orniérage, théorie de l'état limite.

ABSTRACT. Rutting, due to permanent deformations of unbound materials, is one of the principal damage modes for low traffic pavements. Actually, the design methods are based on linear elasticity. The objective of this paper is to use a simplified method, based on the concept of the shakedown theory developed by Zarka et al. for metallic structures under cyclic loadings, to estimate the permanent deformations of unbound granular materials (UGM) subjected to traffic loading. Based on repeated loading triaxial tests, a general procedure has been developed for the determination of the material parameters of the constitutive model. Finally, the results of a finite elements modelling of the long-term behaviour of a flexible pavement with the simplified method are presented. The mechanical initial states of granular layers are taken into account with an anisotropic hyperelastic model and the calculation of the rut depth evolution with time is carried out.

KEYWORDS : low traffic pavement, rutting, shakedown theory.

1. INTRODUCTION

La méthode de dimensionnement des chaussées à faible trafic utilise une description simplifiée du comportement des matériaux composant la chaussée, en ne retenant qu'un modèle élastique linéaire et le critère empirique adopté vis à vis de l'orniérage consiste seulement à limiter la déformation verticale élastique au sommet du sol support, et ceci indépendamment des caractéristiques mécaniques de ces matériaux. Cet article présente un modèle simplifié pour la prédiction de l'orniérage des matériaux non liés de chaussées à faible trafic. Ce modèle, basé sur l'élastoplasticité, utilise la théorie de l'état limite pour déterminer directement l'état final de la structure (adaptation ou accommodation).

Le concept de l'état limite, appliqué aux structures de chaussée, a été initialement introduit par Sharp *et al.* (1984). Yu *et al.* (1998) et Maier *et al.* (2003) montrent que le phénomène de rochet conduit rapidement à la rupture de la structure. Les travaux de Habiballah et Chazallon (2005) sont basés sur le modèle développé par Zarka et al. (1979) pour les matériaux à écrouissage cinématique

tels que les aciers. Ils appliquent cette méthode pour décrire le comportement sous de grands nombres de cycles des matériaux granulaires de chaussées lors d'essais triaxiaux à chargements répétés.

L'objectif de cet article est de proposer une approche pour la prédiction des déformations permanentes des chaussées à faible trafic. L'approche utilisée se base sur la théorie de l'état limite, pour déterminer directement l'état final de la structure, dans le cas de l'adaptation ou de l'accommodation, et en fonction du nombre de cycles de chargements. Ce modèle est le prolongement des travaux de Habiballah, ainsi nous considérons l'état initial du matériau (l'état de contraintes, la teneur en eau et l'anisotropie du matériau : le calcul élastoplastique est effectué en utilisant une loi d'élasticité anisotrope) et le nombre de cycles de chargements.

La première partie de cet article présente le modèle de prédiction des déformations permanentes pour les graves non traitées. Ensuite, on présente la détermination des paramètres du modèle à partir des résultats d'essais triaxiaux à chargements répétés (TCR) sur la grave non traitée (GNT) des Maraîchères, à deux teneurs en eau. Dans la dernière partie, on présente les résultats de la modélisation par éléments finis du comportement à long terme d'une structure de chaussée avec le modèle simplifié. Une comparaison entre les résultats du calcul et les résultats obtenus dans l'expérience à l'échelle 1 menée sur le manège de fatigue du LCPC (Hornych (2005)) est réalisée.

2. PRINCIPE DU MODELE ELASTOPLASTIQUE

La structure est considérée élastoplastique, et représentée par un domaine de volume V possédant une surface Γ . Cette surface est soumise à des forces de surfaces $F_i^d(x,t)$ appliquées sur une partie Γ_{F_i} et des déplacements imposés $U_j^d(x,t)$ appliqués sur l'autre partie Γ_{U_j} , x représente un vecteur. Les forces massiques $X_j^d(x,t)$ et les déformations initiales $\varepsilon_{ij}^I(x,t=0)$ sont définies dans le volume V . Cette structure est supposée satisfaire la théorie des déplacements et déformations infinitésimales. Le problème mécanique général peut être résolu par la méthode des éléments finis comme suit :

$$\varepsilon_{ij}(x,t) = M_{ijkl}\sigma_{kl}(x,t) + \varepsilon_{ij}^P(x,t) + \varepsilon_{ij}^I(x,t) \quad [\text{Eq. 1}]$$

Le tenseur des déformations totales actuelles $\varepsilon_{ij}(x,t)$ est cinématiquement admissible avec $U_j^d(x,t)$ sur Γ_{U_j} et le tenseur des contraintes actuelles $\sigma_{ij}(x,t)$ est statiquement admissible avec $F_i^d(x,t)$ sur Γ_{F_i} et avec $X_j^d(x,t)$ dans V ; $\varepsilon_{ij}^P(x,t)$ est le tenseur des déformations plastiques; $\varepsilon_{ij}^I(x,t=0)$ est le tenseur des déformations initiales; M_{ijkl} est la matrice de souplesse d'élasticité linéaire.

2.1. PARTIE ELASTIQUE

La réponse du problème élastique est donnée par la relation suivante :

$$\varepsilon_{ij}^{el}(x,t) = M_{ijkl}\sigma_{kl}^{el}(x,t) + \varepsilon_{ij}^I(x,0) \quad [\text{Eq. 2}]$$

Le tenseur des déformations élastiques $\varepsilon_{ij}^{el}(x,t)$ est cinématiquement admissible avec $U_j^d(x,t)$ sur Γ_{U_j} et le tenseur des contraintes élastiques $\sigma_{ij}^{el}(x,t)$ est statiquement admissible avec $F_i^d(x,t)$ sur Γ_{F_i} et avec $X_j^d(x,t)$ dans V .

La partie élastique du comportement élastoplastique est considérée non linéaire et est décrite avec le modèle de Boyce anisotrope (Hornych *et al.* (1998)). Une linéarisation est ensuite faite entre les états initial et final pour la détermination des paramètres de la loi.

2.2. PARTIE INELASTIQUE

Le problème inélastique est obtenu par la différence entre le problème total et le problème élastique :

$$\varepsilon_{ij}^{ine}(x,t) = \varepsilon_{ij}(x,t) - \varepsilon_{ij}^{el}(x,t) = M_{ijkl} R_{ij}(x,t) + \varepsilon_{ij}^p(x,t) \quad [\text{Eq. 3}]$$

avec $\varepsilon_{ij}^{ine}(x,t)$ est cinématiquement admissible avec 0 sur Γ_U . Dans cette formulation, la matrice d'élasticité M_{ijkl} est anisotrope.

Le champ de contraintes résiduelles $R_{ij}(x,t)$ est obtenu par la différence entre le champ des contraintes actuelles et le champ des contraintes élastiques :

$$R_{ij}(x,t) = \sigma_{ij}(x,t) - \sigma_{ij}^{el}(x,t) \quad [\text{Eq. 4}]$$

avec $R_{ij}(x,t)$ est statiquement admissible avec 0 sur Γ_F et avec 0 dans V .

Ce formalisme a été utilisé par Zarka, pour développer une méthode simplifiée qui détermine l'état stabilisé des structures métalliques soumises à un chargement cyclique. Cette approche a été modifiée par Habiballah pour décrire le comportement des matériaux granulaires non liés sous un chargement cyclique. L'analyse inélastique est appliquée à des matériaux possédant un écrouissage cinématique linéaire. La translation de la surface de charge est régie par la variable d'écrouissage cinématique $y_{ij}(x,t)$. La loi d'écoulement est associée, et suit la règle suivante :

$$\text{si } r \leq r_{min} \Rightarrow f = g = \sqrt{\frac{1}{2} (S_{ij}(x,t) - y_{ij}(x,t)) : (S_{ij}(x,t) - y_{ij}(x,t))} - \alpha I_1(\sigma_{ij}(x,t)) - k \quad [\text{Eq. 5}]$$

$$\text{si } r > r_{min} \Rightarrow f = g = \sqrt{\frac{1}{2} (S_{ij}(x,t) - y_{ij}(x,t)) : (S_{ij}(x,t) - y_{ij}(x,t))} + Cte \quad [\text{Eq. 6}]$$

où r_{min} est le rayon minimum du domaine élastique, $S_{ij}(x,t)$ est la partie déviatoire du tenseur des contraintes actuelles $S_{ij}(x,t) = \text{dev}(\sigma_{ij}(x,t))$, $I_1(\sigma_{ij}(x,t))$ est le premier invariant des contraintes actuelles, α et k sont les paramètres de Drucker Prager. La variable d'écrouissage cinématique est liée aux déformations plastiques par la relation suivante :

$$y_{ij}(x,t) = \frac{2H}{3} \varepsilon_{ij}^p(x,t) \text{ où } H \text{ est le module d'écrouissage cinématique.}$$

Les contraintes déviatoires sont données par la relation suivante :

$$S_{ij}(x,t) = S_{ij}^{el}(x,t) + \text{dev} R_{ij}(x,t) \quad [\text{Eq. 7}]$$

En introduisant cette relation dans l'expression de la surface de charge, on obtient la variable interne transformée structurelle :

$$Y_{ij}(x,t) = \frac{2H}{3} \varepsilon_{ij}^p(x,t) - dev R_{ij}(x,t) \quad [\text{Eq. 8}]$$

Le problème inélastique peut être écrit en fonction des variables transformées structurelles, selon l'expression suivante :

$$\varepsilon_{ij}^{ine}(x,t) = M'_{ijkl} R_{kl}(x,t) + \frac{3}{2H} Y_{ij}(x,t) \quad [\text{Eq. 9}]$$

avec M'_{ijkl} est la matrice élastique anisotrope modifiée.

Le tenseur des contraintes résiduelles sera donc :

$$R_{ij}(x,t) = M'_{ijkl}{}^{-1} \left[\varepsilon_{kl}^{ine}(x,t) - \frac{3}{2H} Y_{kl}(x,t) \right] \quad [\text{Eq. 10}]$$

Finalement, le champ de déformations plastiques est obtenu par l'expression suivante :

$$\varepsilon_{ij}^p(x,t) = \frac{3}{2H} (Y_{ij}(x,t) + dev R_{ij}(x,t)) \quad [\text{Eq. 11}]$$

2.3. REPONSE D'UNE STRUCTURE SOUMISE A UN CHARGEMENT CYCLIQUE

Pendant un chargement cyclique, la réponse élastique d'une structure est défini par :

$$S_{ij}^{el}(x,t) = (1 - \Lambda(t)) S_{ij_{min}}^{el}(x) + \Lambda(t) S_{ij_{max}}^{el}(x) \quad [\text{Eq. 12}]$$

où $\Lambda(t)$ est une fonction périodique variant entre 0 et 1 avec le temps; $S_{ij_{min}}^{el}(x)$ et $S_{ij_{max}}^{el}(x)$ sont les valeurs minimales et maximales des contraintes élastiques déviatoires.

Le domaine élastique $C(S_{ij}^{el})$, dans le plan des variables internes transformées structurelles, est un cercle de centre S_{ij}^{el} et de rayon r . Le mécanisme plastique est actif seulement si la variable transformée structurelle se trouve sur la limite du convexe $C(S_{ij}^{el})$. La nature de l'état limite de la structure dépend de la réponse élastique. Selon l'amplitude du chargement ΔS_{ij}^{el} , le convexe $C(S_{ij}^{el}) = C_0 + S_{ij}^{el}$ subit une translation linéaire entre $C(S_{ij_{min}}^{el})$ et $C(S_{ij_{max}}^{el})$. S'il existe une partie commune entre les extremums, la structure est adaptée sinon elle est accommodée.

2.3.1. Cas de l'adaptation

Trois cas sont possibles et conduisent à des calculs différents de $(Y_{ij}(x))_{moy}$ et donc de $(R_{ij})_{moy}$ et $(\varepsilon_{ij}^p)_{moy}$ (voir figure 1), sachant que $\Delta y_{ij} = 0$.

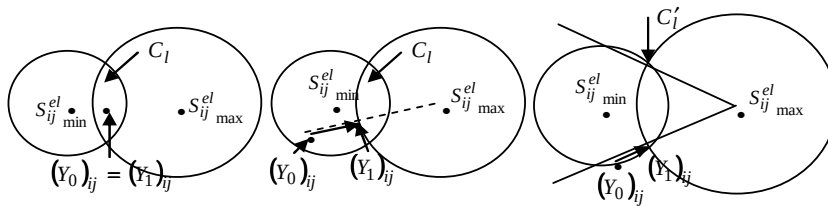


Figure 1 : Evolution des Y_{ij} en fonction de $(Y_0)_{ij}$.

2.3.2. Cas de l'accommodation

Si un seul point de la structure n'appartient pas à l'intersection, la structure est accommodée. Dans le plan des variables transformées structurelles, $Y_{ij\max}$ appartient au convexe centré en $S_{ij\max}^{el}$ et $Y_{ij\min}$ appartient au convexe centré en $S_{ij\min}^{el}$. Les champs des variables transformés $\left((Y_{ij})_{\text{moy}}, \Delta Y_{ij} \right)$ peuvent être obtenus à partir de conditions géométriques (Zarka et al. (1979), Gatt (1993), Habiballah et Chazallon (2005)).

2.4. PRISE EN COMPTE DU NOMBRE DU CYCLE DE CHARGEMENTS DANS LE CALCUL DES DEFORMATIONS PERMANENTES

Afin de décrire l'évolution des déformations permanentes des graves non traitées en fonction du nombre de cycle de chargement, une fonction $F(N)$ est appliquée aux déformations plastiques stabilisées $\varepsilon_{ij}^p(x)_{EL}$. Son expression est :

$$\overline{\varepsilon_{ij}^p(x, N)} = F(N) \cdot \varepsilon_{ij}^p(x)_{EL} \quad [\text{Eq. 13}]$$

La fonction $F(N)$ s'écrit selon la loi proposée par Hornych (Hornych et al. (1993)) et repris dans la norme de l'essai triaxial à chargements répétés (NF P 98-235-1). Dans le cadre d'un calcul aux éléments finis, la structure doit être équilibrée à la fin de chaque calcul élastoplastique à N cycles. Sachant qu'il existe une relation unique entre S_{ij}^{el} et $\varepsilon_{ij}^p_{EL}$, le calcul à N cycle de $\varepsilon_{ij}^p(N)$ se fait en considérant $\left(F(N) \cdot S_{ij}^{el} \right)$ (Allou et al. (2007)).

3. DETERMINATION DES PARAMETRES DU MODELE ET VALIDATION

Afin de déterminer les paramètres du modèle, une campagne d'essais triaxiaux à chargements répétés a été effectuée, sur la grave non traitée des Maraîchères (0/20mm) issue d'un gneiss, et sur le sable de Missillac (0/4mm). Ces deux matériaux ont été utilisés, en couche d'assise et sol support de chaussée à faible trafic lors de l'expérience du manège de fatigue du LCPC par Hornych (2003, 2005).

La grave non traitée des Maraîchères a été testée à une densité sèche de $2,1 \text{ g/cm}^3$ (97% de l'Optimum Proctor Modifié), et à deux teneurs en eau : 4% et 5% (Hornych (2005)). Dans cet article, on présente seulement les résultats à la teneur en eau de 5%. Le sable de Missillac a été testé à une densité sèche de $2,04 \text{ g/cm}^3$ (97% de l'Optimum Proctor Modifié), et à une teneur en eau de 11% (Allou et al. (2007)).

Le modèle simplifié nécessite :

- **les paramètres d'élasticité** : les paramètres du modèle de Boyce anisotrope (K_a , G_a , n et γ) sont obtenus en utilisant les résultats d'essais triaxiaux à chargements répétés pour l'étude du comportement réversible.

- **les paramètres de Drucker Prager** : le paramètre $p^* = k / 3\alpha$ est la position du sommet du cône de Drucker Prager sur l'axe isotrope. Il est déterminé à partir de la droite de rupture de trois essais de cisaillement monotones. Le paramètre $\psi = \text{artg}(3\alpha\sqrt{3})$ représente l'angle d'ouverture du cône d'élasticité dans le plan des contraintes (p, q) . Il est déterminé afin d'obtenir un comportement

élastique pour un domaine de déformation de 10^{-4} avant tout écoulement plastique pour un chemin de contrainte à $\Delta q / \Delta p = 2$.

- **les paramètres plastiques :** le module d'érouissage H et la fonction $F(N)$. Une procédure d'identification des paramètres plastiques a été mise au point, à partir de l'ajustement du modèle élastoplastique sur les résultats d'essais triaxiaux à chargements répétés (Allou *et al.* (2007)). Les essais de déformations permanentes sont réalisés selon la procédure par paliers, proposée par Gidel (Gidel *et al.* (2001)), qui consiste à soumettre chaque éprouvette à différents niveaux de contraintes successifs croissants suivant un même chemin de chargement (le rapport de contrainte ($\Delta q / \Delta p$) reste constant).

3.1. COMPARAISON

Le modèle est implanté dans le code de calcul aux éléments finis CAST3M (Cast3m (2005)). Sur la figure 2, on montre les prédictions obtenues avec la teneur en eau $w=5\%$. On remarque que le modèle conduit à des résultats satisfaisants.

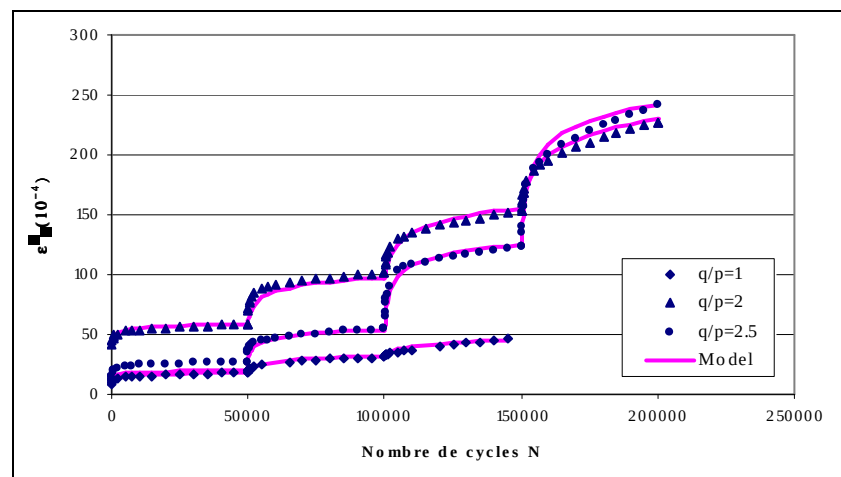


Figure 2 : Comparaison entre la réponse du modèle et les résultats d'essais TCR, $w=5\%$ (grave des Maraîchères).

4. MODELISATION NUMERIQUE D'UNE STRUCTURE DE CHAUSSEE A FAIBLE TRAFIC

Cette dernière partie présente l'application du modèle simplifié afin de prédire les résultats de l'expérience de manège de fatigue effectuée au LCPC. La modélisation par éléments finis de la structure de chaussée est réalisée avec le code de calcul Cast3m (figure 3), suivant deux étapes.

La première étape consiste à modéliser le comportement réversible de la structure pour le calcul des champs de contraintes réversibles correspondants aux niveaux de chargement minimum et maximum. Ensuite, la nature de l'état limite est déterminée en fonction des champs de contraintes réversibles et des paramètres de Drucker Prager. La seconde étape consiste à calculer les déplacements plastiques, les déformations inélastiques et plastiques dans la structure en fonction du nombre de cycles de chargements et à l'état limite.

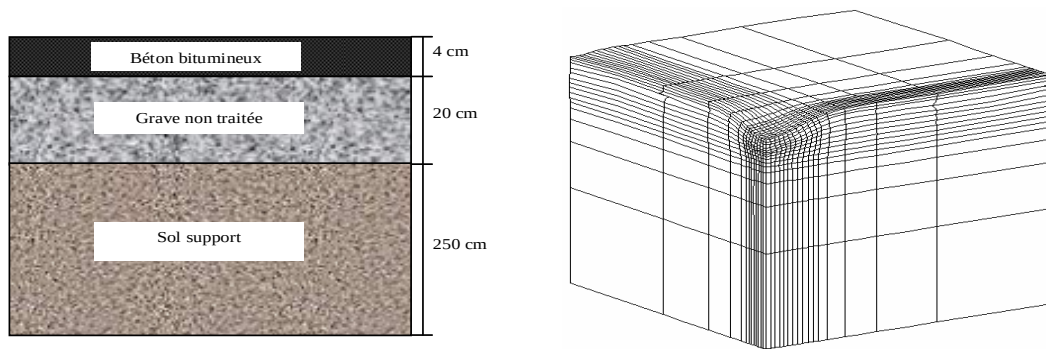


Figure 3 : Géométrie et maillage éléments finis de la structure de chaussée considérée.

Avec le modèle simplifié, les champs des déplacements inélastiques, des déformations inélastiques et des déformations plastiques sont calculés en chaque point de Gauss du maillage éléments finis. Les résultats obtenus sont présentés sur la figure 4 (l'évolution de la profondeur d'ornièrre maximale en fonction du nombre de cycles de chargements et à l'état limite), et comparés aux résultats expérimentaux. On remarque que les résultats obtenus sont assez proches de l'ornièrre minimale mesurée sur site. L'ornièrre atteinte après deux millions de cycles de passages est de 12,7mm pour la teneur en eau de 4% est de 14,7mm pour la teneur en eau de 5% comparée à la valeur minimale mesurée sur site de 13,2mm. Cependant, le modèle conduit à une stabilisation plus rapide des déformations permanentes que dans l'expérience : on observe une stabilisation de l'ornièrage après seulement 100 000 cycles alors que dans l'expérience, la stabilisation n'apparaît qu'après un million de cycles.

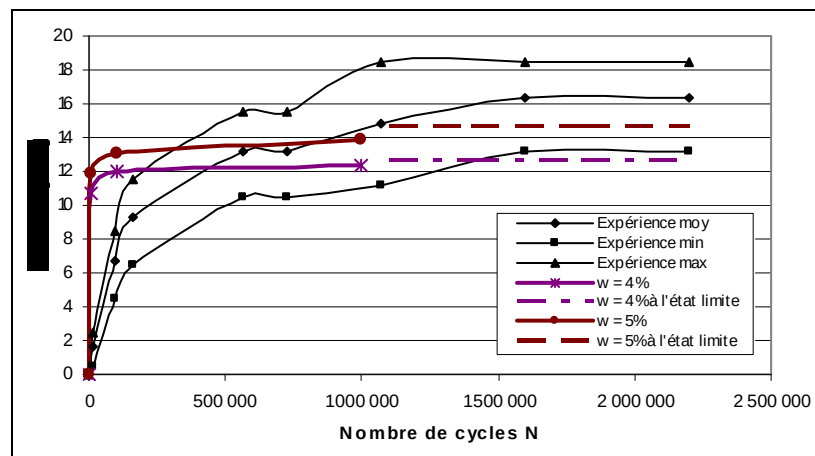


FIGURE 4 : Comparaison entre la profondeur de l'ornièrre mesurée sur le manège et calculée.

5. CONCLUSIONS

Cet article décrit un modèle simplifié, basé sur la théorie de l'état limite. L'avantage de cette approche est la modélisation en élastoplasticité des structures en 3D. Le modèle nécessite 4 paramètres d'élasticité et 4 paramètres de plasticité. Les paramètres d'élasticité sont déterminés à partir d'une procédure expérimentale pour l'étude du comportement réversible, tandis que les paramètres plastiques nécessitent la détermination de la cohésion, le module d'écrouissage et la fonction F. Les

lois d'évolution du module d'écrouissage et de la fonction F sont déterminées à partir des résultats d'essais triaxiaux à chargements répétés par palier réalisés avec différents chemins de contraintes et à différents paliers. Finalement, les prédictions obtenues ont données des résultats très encourageants par comparaison à ceux obtenus expérimentalement, malgré les difficultés à modéliser le comportement réel de la chaussée soumise aux variations des conditions climatiques (température variable, teneur en eau variable), qui ont une influence considérable sur les déformations permanentes.

6. BIBLIOGRAPHIE

- Allou, F., Chazallon, C., Horny, P. (2007) « A numerical model for flexible pavements rut depth evolution with time». *International Journal for Numerical and Analytical Methods for Geomaterials*, DOI 10. 1002-NAG: 521.
- CAST3M (2005) CAST3M is a research FEM environment; its development is sponsored by the French Atomic Energy Commission, at , <http://www-cast3m.cea.fr/cast3m>.
- Gatt, J.M. (1993) « Etude théorique et expérimentale de la déformation progressive ». Thèse de Doctorat, l'Ecole Centrale de Nantes.
- Gidel, G., Horny, P., Chauvin, J.J., Breysse, D., Denis, A. (2001) « Nouvelle approche pour l'étude des déformations permanentes des graves non traitées à l'appareil triaxial à chargement répétés ». *Bulletin de liaison des Laboratoire des Ponts et Chaussées* : 5-22.
- Habiballah, T.M., Chazallon, C. (2005) « Cyclic plasticity based model for the unbound granular materials permanent strains modelling of flexible pavements ». *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics* 29: 577-596.
- Horny, P., Kazai A., Piau J.M. (1998) « Study of the resilient behaviour materials ». *Proc. 5th Int. Conf. On the Bearing Capacity of Road and Airfield*, Nordal R.S. and Rafsdal G., eds., Vol. 3, pp. 1277-1287.
- Horny, P. (2003, 2005) « Rapports interne confidentiel ». L.C.P.C. de Nantes.
- Horny, P., Corte, J. F., Paute, J. L. (1993) « Etude des déformations permanentes sous chargements répétés de trois graves non traitées ». *Bulletin de Liaison des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, No. 184: 45-55.
- Maier, G., Pastor, J., Ponter, A.R.S., Weichert, D. (2003) « Direct methods of limit and shakedown analysis ». *Numerical and Computational Methods* 12 (3); R. de Borst and H.A. Mang editors, Elsevier – Pergamon, Amsterdam.
- Norme française NF P98 235 1 (1995) « Matériaux de chaussées non traités ». Essai triaxial à chargements répétés.
- Sharp, R., and Booker, J. (1984) « Shakedown of pavements under moving surface load ». *Journal of Transportation Engineering*, pp. 1-14.
- Yu, H.S., and Hossain, M.Z. (1998) « Lower bound shakedown analysis of layered pavements discontinuous stress fields ». *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* 167: 209 – 222.
- Zarka, J., Casier, J. (1979) « Elastic plastic response of structure to cyclic loading : practical rules » *Mechanics Today* 6; Ed Nemat-Nasser, Pergamon Press: 93-198.